

# Pisni izpit iz MEHANIKE TRDNIH TELES, 13. september 2002

1. Napetostno stanje telesa je v koordinatnem sistemu  $(x, y, z)$  z bazo  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  določeno s komponentami tenzorja napetosti (v  $\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$ )

$$[\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

- Pokaži, da je napetostno stanje ravninsko in določi normalo pripadajoče ravnine.
- Ali lahko komponente tenzorja v novem koordinatnem sistemu  $(\xi, \eta, \zeta)$  z bazo  $(\vec{e}_\xi, \vec{e}_\eta, \vec{e}_\zeta)$  zapišemo z enačbo

$$[\sigma_{\alpha\beta}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}?$$

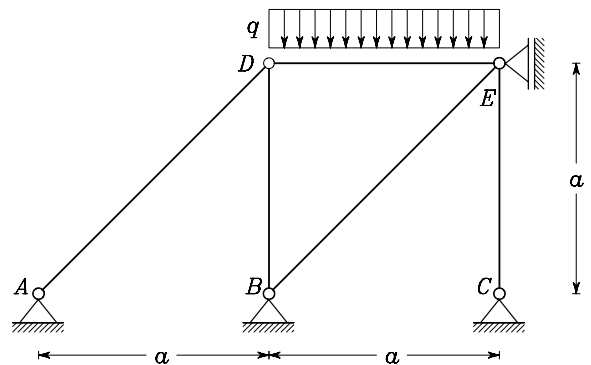
Poišči takšno bazo  $(\vec{e}_\xi, \vec{e}_\eta, \vec{e}_\zeta)$ , ali pa dokaži, da takšna baza ne obstaja. Drugače rečeno: Ali obstaja takšna ortogonalna rotacijska matrika  $Q$  (stolpci matrike  $Q$  so enotski vektorji  $\vec{e}_\xi, \vec{e}_\eta, \vec{e}_\zeta$ ), da velja  $[\sigma_{\alpha\beta}] = Q^T [\sigma_{ij}] Q$ ?

## Rešitev:

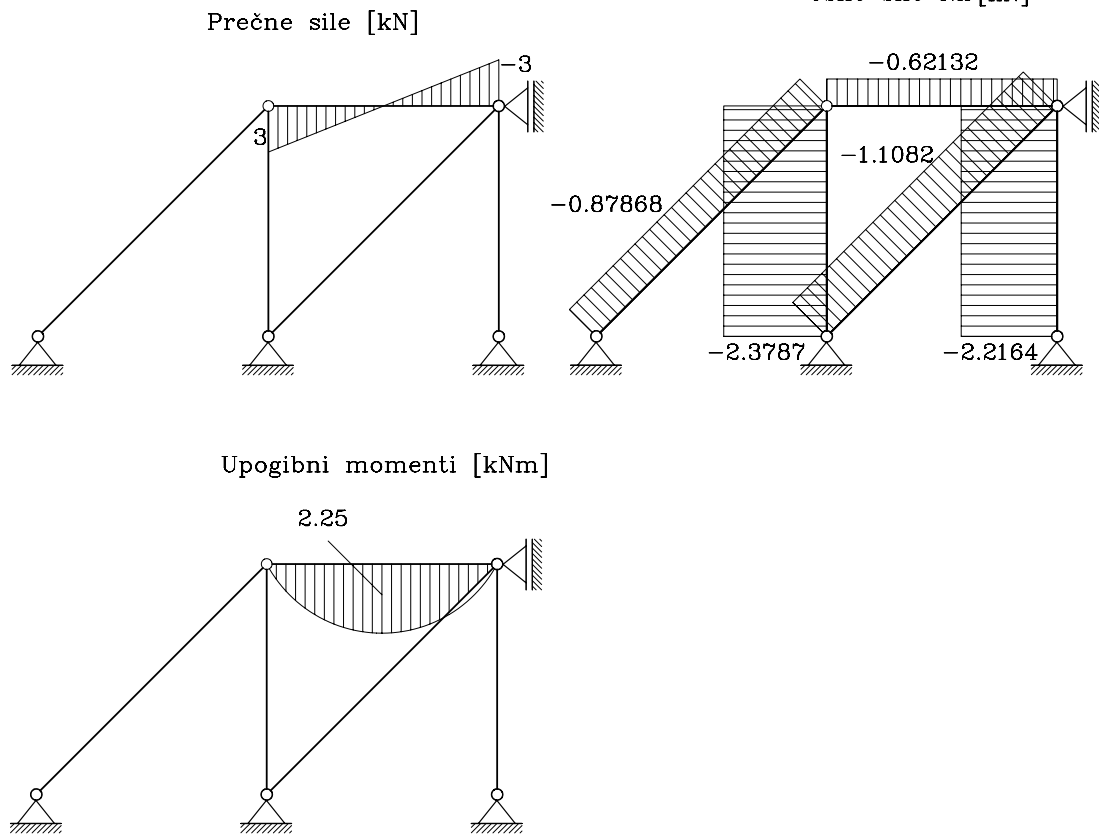
- Prvi dve vrstici  $[\sigma_{ij}]$  sta linearno odvisni, od koder neposredno sledi, da je napetostno stanje ravninsko. Isto ugotovimo tudi, če izračunamo glavne normalne napetosti, saj je ena od teh enaka 0. Normalo ravnine, v kateri delujejo napetosti, dobimo iz enačbe  $[\sigma_{ij}] \vec{e}_n = \vec{0}$ . Kratek račun da  $\vec{e}_n = \frac{\sqrt{2}}{2} (\vec{e}_x - \vec{e}_y)$ .
- Takšna baza ne obstaja, ker imata tenzorja  $[\sigma_{ij}]$  in  $[\sigma_{\alpha\beta}]$  različne invariante.

2. Izračunaj notranje sile in nariši diagrame notranjih sil v podani okvirni konstrukciji. Vsi nosilci so iz enakega materiala in imajo enak prečni prerez.

**Podatki:**  $a = 3 \text{ m}$ ,  $q = 2 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ ,  $E = 2 \cdot 10^4 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$ ,  $A_x = 100 \text{ cm}^2$ ,  $I_y = 1000 \text{ cm}^4$ .



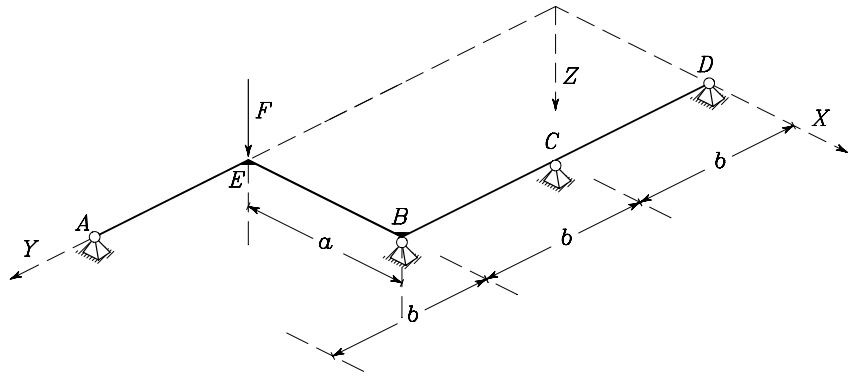
Rešitev:



3. Ravninska mreža na sliki je obremenjena z vertikalno silo  $F$ , kot prikazuje slika. Podpore  $A$ ,  $B$ ,  $C$  in  $D$  preprečujejo vse pomike, dopuščajo pa vse zasuke. Vsi nosilci so togo povezani med seboj.

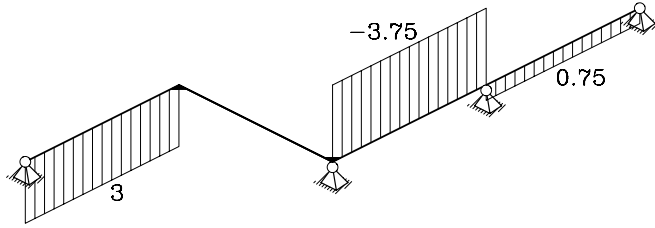
Izračunaj notranje sile ( $N_z$ ,  $M_x$  in  $M_y$ ) in nariši diagrame notranjih sil.

Podatki:  $F = 3$  kN,  
 $a = 2$  m,  $b = 3$  m,  
 $G I_x = 2 E I_y$ .

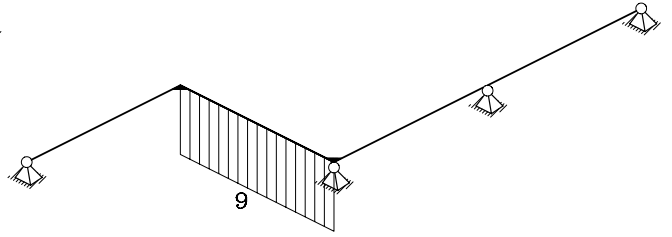


Rešitev:

Prečne sile [kN]



Torzijski momenti  $M_x$  [kNm]



Upogibni momenti  $M_y$  [kNm]

