

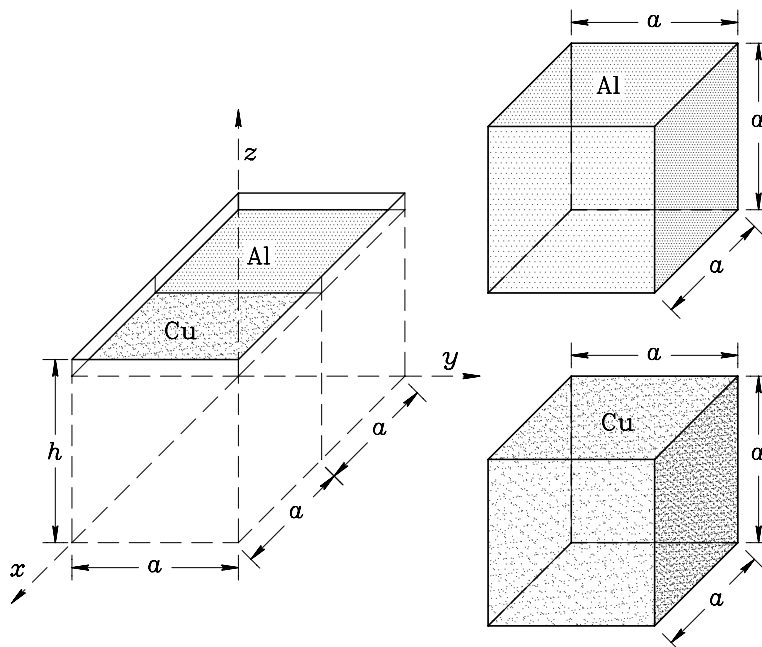
# Prvi KOLOKVIJ iz MEHANIKE TRDNIH TELES

18. december 2003 (skupina A)

1. V kartezijskem koordinatnem sistemu z bazo  $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$  in koordinatami  $x, y, z$  je podan kvader z oglišči  $A(0, 0, 0), B(a, 0, 0), C(0, b, 0), D(a, b, 0), E(0, 0, c), G(a, 0, c), F(0, b, c), H(a, b, c)$ . Velja  $a : b : c = 3 : 4 : 5$ . Pri deformaciji ostanejo dolžine stranic  $\overline{AB}, \overline{AC}$  in  $\overline{AE}$  nespremenjene, pravi kot  $BAC$  se poveča za  $1''$ , pravi kot  $DAE$  se zmanjša za  $1''$ , pravi kot  $EAB$  pa se zmanjša za  $1''$ . Določi specifično spremembo dolžine diagonale  $\overline{AH}$ . Deformacijsko stanje je homogeno.
2. Kot rešitev mehanskega problema ravninskega telesa po metodi napetosti smo dobili majhne deformacije  $\varepsilon_{ij}$  kot funkcije telesnih koordinat  $x$  in  $z$ . Vse točke telesa se premikajo le v ravnini  $(x, z)$ . Poznana sta tudi pomik točke  $T_0(1, 0, 1)$ , tj.  $\vec{u}_{T_0} = 10^{-4} \cdot (a^3 \vec{e}_x + a^4 \vec{e}_z)$  in zasuk točke  $T_1(0, 0, 0)$ , tj.  $\vec{\omega}_{T_1} = \vec{0}$ . Določi pomika  $u_x$  in  $u_z$  ter zasuk  $\omega_y$  kot funkcije koordinat  $(x, z)$ . Določi vrednost pomikov in zasuka  $\omega_y$  v točki  $T(5, 0, 0.5)$ . Razdalje in pomiki so v m.

$$[\varepsilon_{ij}] = 10^{-4} \cdot \begin{bmatrix} 3a^3 x^2 z^4 & 0 & \frac{4a^3 x^3 z^3 + 3a^4 x^2 z^4}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{4a^3 x^3 z^3 + 3a^4 x^2 z^4}{2} & 0 & 4a^4 x^3 z^3 \end{bmatrix}.$$

3. V togi podlagi je luknja dimenzij  $2a \times a \times h$ . Vanjo brez trenja vstavimo aluminijasto in bakreno kocko dimenzij  $a \times a \times a$ .
  - Za koliko kelvinov moramo segreti aluminijasto kocko, da ta v vertikalni smeri zapolni luknjo. Izračunaj napetosti v obeh kockah.
  - Aluminijasto kocko segrejemo za 1 K, bakreno kocko pa ohladimo za 1 K. Izračunaj napetosti v obeh kockah.



Pri računu v vsaki kocki predpostavi homogeno napetostno stanje. Stik med kockama je toplotno izoliran (med kockama ni prevažanja toplote). Trenje med kockama in luknjo in trenje med kockama zanemari.

**Podatki:**  $a = 1$  cm,  $h = a + 10^{-4}$  cm,  $E_{Al} = 72\,000$  MPa,  $E_{Cu} = 115\,000$  MPa,  $\nu_{Al} = 0.34$ ,  $\nu_{Cu} = 0.34$ ,  $\alpha_{T_{Al}} = 2.29 \cdot 10^{-5} \frac{1}{K}$ ,  $\alpha_{T_{Cu}} = 1.67 \cdot 10^{-5} \frac{1}{K}$ .

Točkovanje: 40 % + 40 % + 40 % = 120 %.

# Prvi KOLOKVIJ iz MEHANIKE TRDNIH TELES

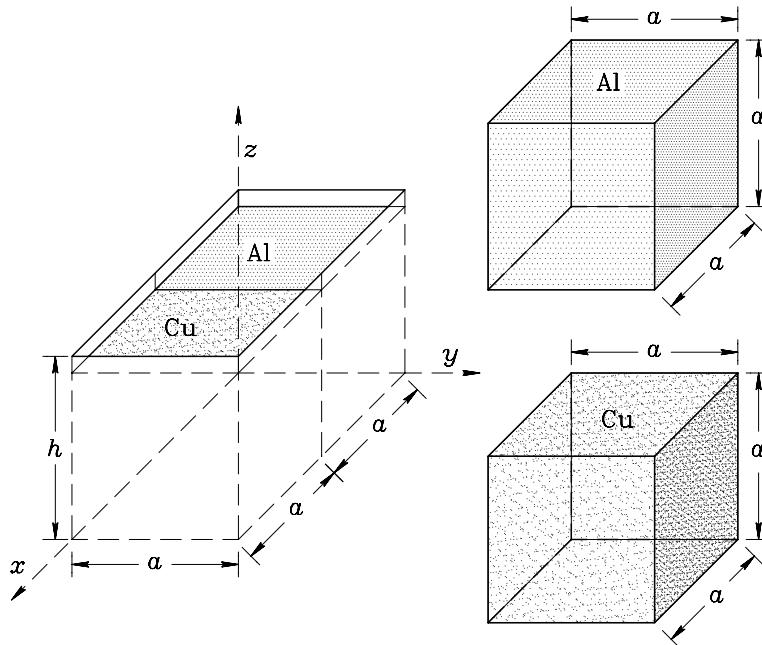
18. december 2003 (skupina B)

- V kartezijskem koordinatnem sistemu z bazo  $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$  in koordinatami  $x, y, z$  je podan kvader z oglišči  $A(0, 0, 0), B(a, 0, 0), C(0, b, 0), D(a, b, 0), E(0, 0, c), G(a, 0, c), F(0, b, c), H(a, b, c)$ . Velja  $a : b : c = 3 : 4 : 5$ . Pri deformaciji ostanejo dolžine stranic  $\overline{AB}, \overline{AD}$  in  $\overline{AE}$  nespremenjene, pravi kot  $BAC$  se poveča za  $1''$ , pravi kot  $CAE$  se zmanjša za  $1''$ , pravi kot  $EAB$  pa se zmanjša za  $1''$ . Določi specifično spremembo dolžine diagonale  $\overline{AH}$ . Deformacijsko stanje je homogeno.
- Kot rešitev mehanskega problema ravninskega telesa po metodi napetosti smo dobili majhne deformacije  $\varepsilon_{ij}$  kot funkcije telesnih koordinat  $x$  in  $z$ . Vse točke telesa se premikajo le v ravnini  $(x, z)$ . Poznana sta tudi pomik točke  $T_0(1, 0, 1)$ , tj.  $\vec{u}_{T_0} = 10^{-4} \cdot (a^4 \vec{e}_x + a^3 \vec{e}_z)$  in zasuk točke  $T_1(0, 0, 0)$ , tj.  $\vec{\omega}_{T_1} = \vec{0}$ . Določi pomika  $u_x$  in  $u_z$  ter zasuk  $\omega_y$  kot funkcije koordinat  $(x, z)$ . Določi vrednost pomikov in zasuka  $\omega_y$  v točki  $T(5, 0, 0.5)$ . Razdalje in pomiki so v m.

$$[\varepsilon_{ij}] = 10^{-4} \cdot \begin{bmatrix} 4a^4 x^3 z^3 & 0 & \frac{3a^4 x^4 z^2 + 4a^3 x^3 z^3}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{3a^4 x^4 z^2 + 4a^3 x^3 z^3}{2} & 0 & 3a^3 x^4 z^2 \end{bmatrix}.$$

- V togi podlagi je luknja dimenzij  $2a \times a \times h$ . Vanjo brez trenja vstavimo aluminijasto in bakreno kocko dimenzij  $a \times a \times a$ .

- Za koliko kelvinov moramo segreti bakreno kocko, da ta v vertikalni smeri zapolni luknjo. Izračunaj napetosti v obeh kockah.
- Aluminijasto kocko ohladimo za 1 K, bakreno kocko pa segrejemo za 1 K. Izračunaj napetosti v obeh kockah.



Pri računu v vsaki kocki predpostavi homogeno napetostno stanje. Stik med kockama je toplotno izoliran (med kockama ni prevajanja toplote). Trenje med kockama in luknjo in trenje med kockama zanemari.

**Podatki:**  $a = 1$  cm,  $h = a + 10^{-4}$  cm,  $E_{Al} = 72\,000$  MPa,  $E_{Cu} = 115\,000$  MPa,  $\nu_{Al} = 0.34$ ,  $\nu_{Cu} = 0.34$ ,  $\alpha_{T_{Al}} = 2.29 \cdot 10^{-5} \frac{1}{K}$ ,  $\alpha_{T_{Cu}} = 1.67 \cdot 10^{-5} \frac{1}{K}$ .

Točkovanje: 40 % + 40 % + 40 % = 120 %.

## REŠITVE (skupina A)

1. Specifična sprememba dolžine diagonale  $\overline{AH}$  znaša  $1.2605 \cdot 10^{-6}$ .
2. Vektor zasukov je  $\vec{\omega} = (2 a^3 x^3 z^3 - \frac{3}{2} a^4 x^2 z^4) \vec{e}_y$ , vektor pomikov pa  $\vec{u} = a^3 x^3 z^4 \vec{e}_x + a^4 x^3 z^4 \vec{e}_z$ .
3.
  - Aluminijsko kocko moramo segreti za  $\Delta T_{Al} = 2.4728$  K, da ta v vertikalni smeri zapolni luknjo. Napetosti v kockah v kartezijevem koordinatnem sistemu podajata matriki

$$[\sigma_{ij}^{Al}] = \begin{bmatrix} -0.3802 & 0 & 0 \\ 0 & -0.5373 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad [\sigma_{ij}^{Cu}] = \begin{bmatrix} -0.3802 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1293 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Vse napetosti so podane v  $[\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}]$ .

- Napetosti v kockah v kartezijevem koordinatnem sistemu podajata matriki

$$[\sigma_{ij}^{Al}] = \begin{bmatrix} -0.0667 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1875 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad [\sigma_{ij}^{Cu}] = \begin{bmatrix} -0.0667 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Vse napetosti so podane v  $[\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}]$ .

## REŠITVE (skupina B)

1. Specifična sprememba dolžine diagonale  $\overline{AH}$  znaša  $3.3937 \cdot 10^{-6}$ .
2. Vektor zasukov je  $\vec{\omega} = (-2 a^3 x^3 z^3 + \frac{3}{2} a^4 x^4 z^2) \vec{e}_y$ , vektor pomikov pa  $\vec{u} = a^4 x^4 z^3 \vec{e}_x + a^3 x^4 z^3 \vec{e}_z$ .
3.
  - Bakreno kocko moramo segreti za  $\Delta T_{Cu} = 3.7290$  K, da ta v vertikalni smeri zapolni luknjo. Napetosti v kockah v kartezijevem koordinatnem sistemu podajata matriki

$$[\sigma_{ij}^{Al}] = \begin{bmatrix} -0.4178 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1421 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad [\sigma_{ij}^{Cu}] = \begin{bmatrix} -0.4178 & 0 & 0 \\ 0 & -0.8582 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Vse napetosti so podane v  $[\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}]$ .

- Napetosti v kockah v kartezijevem koordinatnem sistemu podajata matriki

$$[\sigma_{ij}^{Al}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad [\sigma_{ij}^{Cu}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1921 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Vse napetosti so podane v  $[\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}]$ .