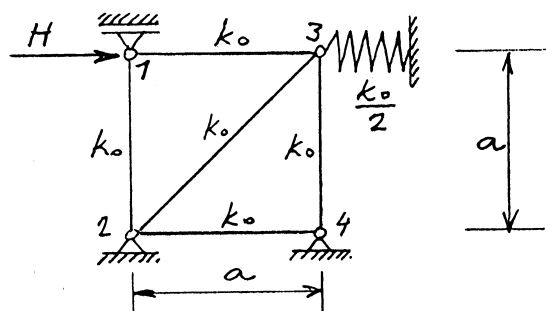


11. VAJA IZ MEHANIKE TRDNIH TELES

(računanje paličnih konstrukcij po metodi pomikov
upogib ravnega nosilca z osno silo)

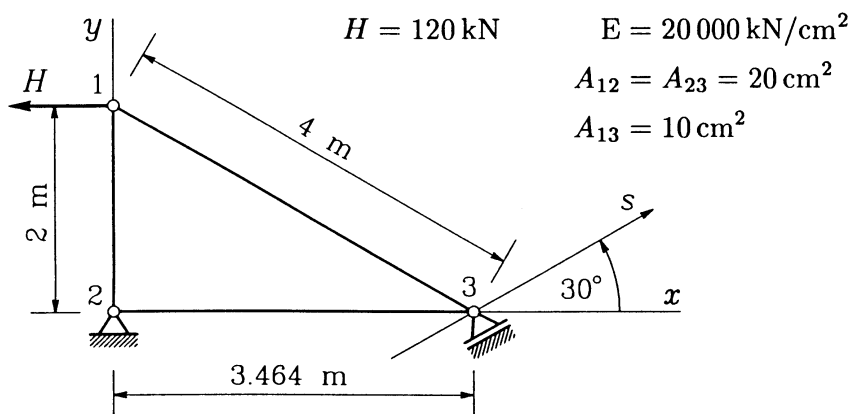
NALOGA 1: Vse palice prikazane konstrukcije imajo enako osno togost k_0 . Vozlišče 3 je v vodoravni smeri elastično podprto z vzmetjo z vzmetno konstanto $k_x^3 = 0.5 k_0$. Določi osno silo v palici $\overline{23}$! Rezultat izrazi v odvisnosti od obtežbe H in togostnega koeficienta k_0 . (Nasvet: Zapiši ravnotežne enačbe vozlišč v razviti obliki!)



Rešitev:

$$u_1 = H \frac{11}{5 k_0}, \quad u_3 = H \frac{6}{5 k_0}, \quad v_3 = -H \frac{2}{5 k_0}, \quad N_{23} = H \frac{2\sqrt{2}}{5}.$$

NALOGA 2: Določi pomike vozlišč, reakcije v podporah in osne sile v palicah prikazane konstrukcije!



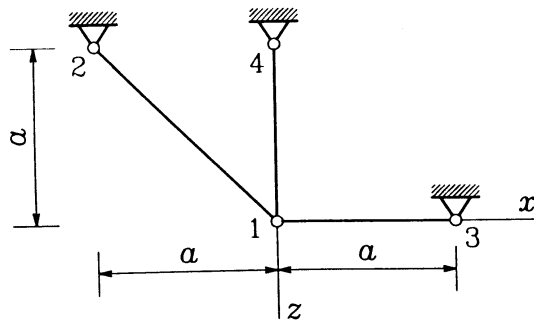
Rešitev:

$$u_{1x} = -0.3862 \text{ cm}, \quad u_{1y} = -0.0346 \text{ cm}, \quad u_{2x} = 0, \quad u_{2y} = 0, \quad u_{3x} = -0.0693 \text{ cm}, \quad u_{3y} = -0.0400 \text{ cm}.$$

$$R_{2x} = 80.00 \text{ kN}, \quad R_{2y} = 69.28 \text{ kN}, \quad R_{3x} = 40.00 \text{ kN}, \quad R_{3y} = -69.28 \text{ kN}.$$

$$N_{12} = -69.28 \text{ kN}, \quad N_{13} = 138.47 \text{ kN}, \quad N_{23} = -80.00 \text{ kN}.$$

NALOGA 3: Določi osne sile, ki nastopijo v palicah prikazane konstrukcije, če palico 14 segrejemo za 70 K. Vse palice so narejene iz istega materiala in imajo enake prečne prereze s ploščino A_p .



$$E = 20\,000 \text{ kN/cm}^2$$

$$\alpha_T = 1.25 \cdot 10^{-5} / \text{K}$$

$$A_p = 10 \text{ cm}^2$$

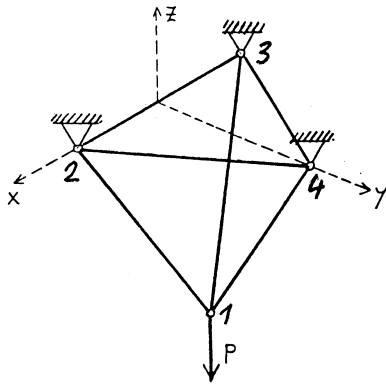
$$a = 200 \text{ cm}$$

$$\Delta T_{14} = 70 \text{ K}$$

Rešitev:

$$N_{12} = 51.23 \text{ kN}, \quad N_{13} = 36.27 \text{ kN}, \quad N_{14} = -36.27 \text{ kN}.$$

NALOGA 4: Vse palice prikazanega paličja imajo enake dolžine a in enake prečne prereze A . Določi napetosti v palici $\overline{12}$ in vektor pomika vozlišča 1 glede na koordinatni sistem (x, y, z) .



Namig:

Naloga je preprosta. Še lažje jo rešiš, če osne sile določiš neposredno iz ravnotežnih pogojev, upoštevaš, da so deformacije majhne, in za določitev navpičnega pomika uporabiš Pitagorov izrek.

$$E = 200\,000 \text{ MPa}$$

$$A = 0.0025 \text{ m}^2$$

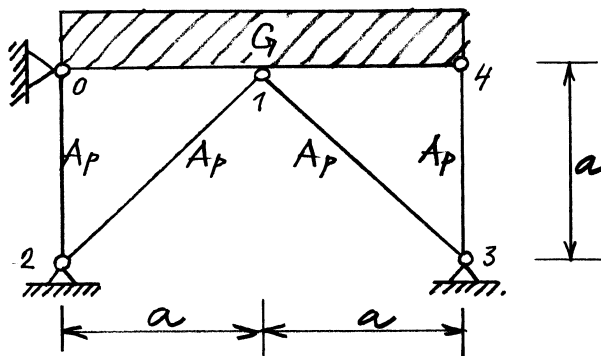
$$a = 6 \text{ m}$$

$$P = 2.449 \text{ MN}$$

Rešitev: Pomik $\mathbf{u}_1 = 0.0015 \mathbf{e}_z$ (m). Osnova sila v palici $\overline{12}$ je 1000 kN. Napetosti v palici $\overline{12}$ so

$$[\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} 100 & -57.5 & -163.3 \\ -57.5 & 33.3 & 94.3 \\ -163.3 & 94.3 & 266.7 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

NALOGA 5: Absolutno toga greda teže G je podprta, kot kaže skica. Določi osne sile v podpornih palicah. Za koliko moramo spremeniti temperaturo palice $\overline{34}$, da v palicah $\overline{12}$ in $\overline{13}$ ne bo napetosti.



$$E = 200\,000 \text{ MPa}$$

$$\alpha_T = 1.25 \cdot 10^{-5} / \text{K}$$

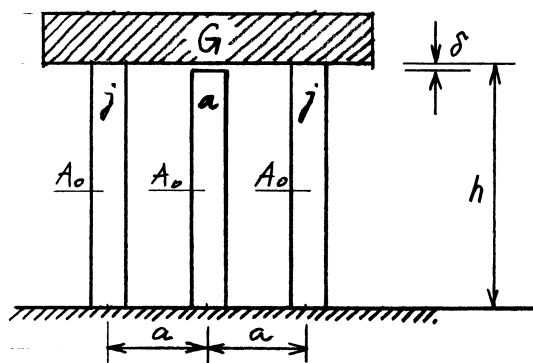
$$a = 2 \text{ m}$$

$$A_p = 40 \text{ cm}^2$$

$$G = 0.4 \text{ MN}$$

Rešitev: $N_{12} = N_{13} = -42.4 \text{ kN}$, $N_{34} = -170 \text{ kN}$, $\Delta T = 20 \text{ K}$.

NALOGA 6: Absolutno togo gredo teže G centrično položimo na 3 stebre. Krajna stebra sta jeklena, srednji pa je iz aluminija in je pred obtežitvijo za 1 mm krajši od krajnjih. Določi napetosti v stebrih in njihovo novo dožino po obtežitvi! Za koliko moramo spremeniti temperaturo stebrov, da bodo napetosti v vseh stebrih enake.



$$E_j = 21\,000 \text{ kN/cm}^2$$

$$E_a = 7\,000 \text{ kN/cm}^2$$

$$\alpha_j = 1.25 \cdot 10^{-5} / \text{K}$$

$$\alpha_a = 2.00 \cdot 10^{-5} / \text{K}$$

$$A_o = 20 \text{ cm}^2$$

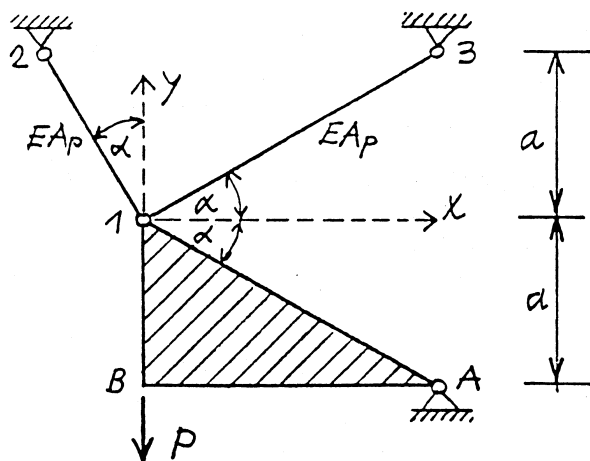
$$a = 1 \text{ m}$$

$$h = 3 \text{ m} \quad \delta = 1 \text{ mm}$$

$$G = 700 \text{ kN}$$

Rešitev: $\sigma_j = -16 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$, $\sigma_a = -3 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$, $\Delta T = 103.7 \text{ K}$.

NALOGA 7: Toga šipa $AB1$ je podprta, kot kaže skica. Določi osni sili v palicah $\bar{12}$ in $\bar{13}$, reakcije v podpori A ter pomike točke B .



$$\alpha = 30^\circ$$

$$a = 1 \text{ m}$$

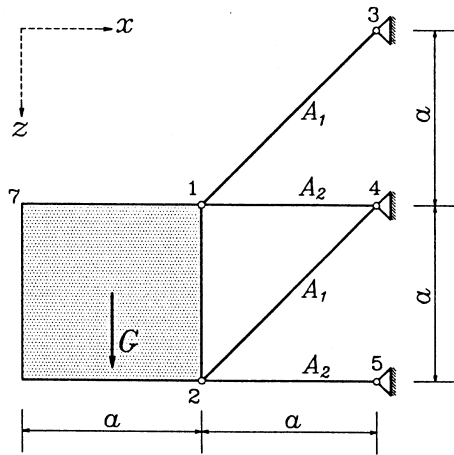
$$E = 21\,000 \text{ kN/cm}^2$$

$$A_p = 1 \text{ cm}^2$$

$$P = 40 \text{ kN}$$

Rešitev: $N_{12} = 25.359 \text{ kN}$, $N_{13} = 25.359 \text{ kN}$, $V_A = 5.359 \text{ kN}$, $H_A = -9.282 \text{ kN}$, $u_B = 0 \text{ cm}$, $v_B = -0.242 \text{ cm}$.

NALOGA 8: Absolutno toga, enakomerno debela stena teže G je podprta, kot kaže skica. Določi osne sile v palicah in vektor pomika točke 7 v odvisnosti od teže G .



$$E = 200\,000 \text{ MPa}$$

$$a = 2 \text{ m}$$

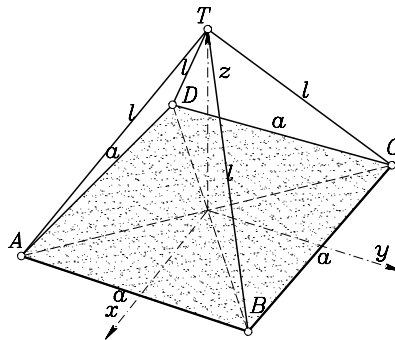
$$A_1 = 10\sqrt{2} \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 10 \text{ cm}^2$$

Rešitev: Togost palic $k_1 = k_2 = k = 1000 \frac{\text{kN}}{\text{cm}}$. Pomik $\mathbf{u}_7 = \frac{G}{k} \left(\frac{1}{6} \mathbf{e}_x + \frac{13}{6} \mathbf{e}_z \right)$. Osne sile v palicah so $N_{13} = \frac{2\sqrt{2}}{3} G$, $N_{14} = -\frac{1}{6} G$, $N_{24} = \frac{\sqrt{2}}{3} G$, $N_{25} = -\frac{5}{6} G$.

NALOGA 9: Togo tanko ploščo teže G , kvadratnega prereza z robom a , debeline d , obesimo v točki T na 4 vrvi enakih dolžin l . Premer vrvi AT označimo s ϕ_A , premer vrvi BT s ϕ_B , premer vrvi CT s ϕ_C in premer vrvi DT s ϕ_D . Elastični modul E vseh vrvi je enak. Izračunaj sile v posameznih vrveh.

Podatki: $a = 2 \text{ m}$, $l = 1.5 \text{ m}$, $E = 2 \cdot 10^4 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$, $\phi_A = \phi_B = \phi_D = 8 \text{ mm}$, $\phi_C = 10 \text{ mm}$.

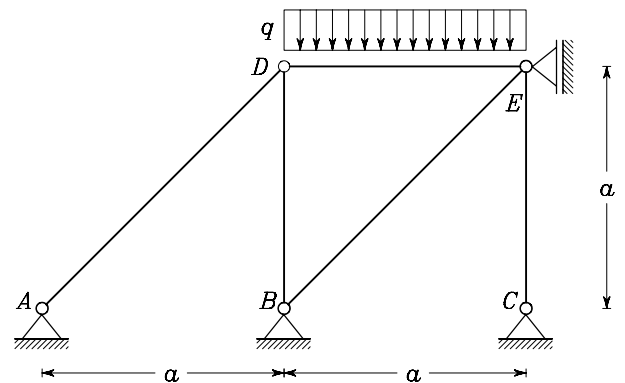


Rešitev:

NALOGA 10:

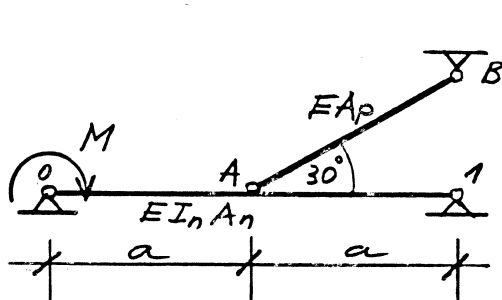
Izračunaj notranje sile in nariši diagrame notranjih sil v podani okvirni konstrukciji. Vsi nosilci so iz enakega materiala in imajo enak prečni prerez.

Podatki: $a = 3 \text{ m}$, $q = 2 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$, $E = 2 \cdot 10^4 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$, $A_x = 100 \text{ cm}^2$, $I_y = 1000 \text{ cm}^4$.



Rešitev:

NALOGA 11: Določi potrebni prečni prerez vrvi \overline{AB} , če je dopustni navpični pomik točke A enak 1 cm . Določi in skiciraj notranje sile v tem primeru.



$$E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$$

$$A_n = 40 \text{ cm}^2$$

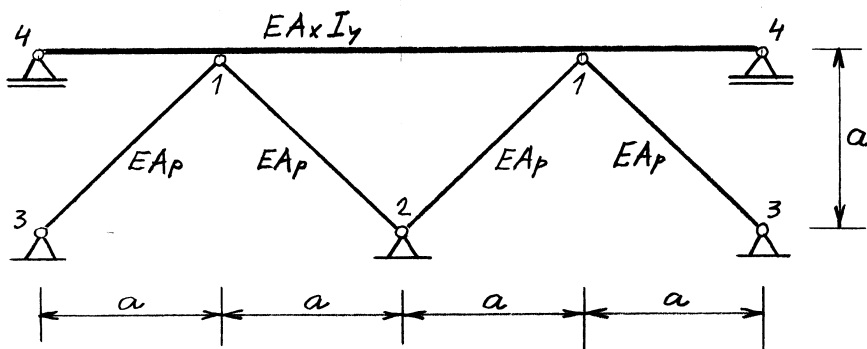
$$I_n = 4246 \text{ cm}^4$$

$$a = 5 \text{ m}$$

$$M = 80 \text{ kNm}$$

Rešitev: Ploščina prereza vrvi znaša $A_p = 2.34 \text{ cm}^2$. Osná sila v vrvi $N = 39.85 \text{ kN}$.

NALOGA 12: Določi osno silo, ki nastopi v palici $\bar{13}$, če celotno konstrukcijo segrejemo za 40 K. Nasvet: Upoštevaj simetrijo!



$$E = 210\,000 \text{ MPa}$$

$$\alpha_T = 1.25 \cdot 10^{-5} / \text{K}$$

$$a = 2.4 \text{ m}$$

$$A_p = 10 \text{ cm}^2$$

$$A_x = 40 \text{ cm}^2$$

$$I_y = 3060 \text{ cm}^4$$

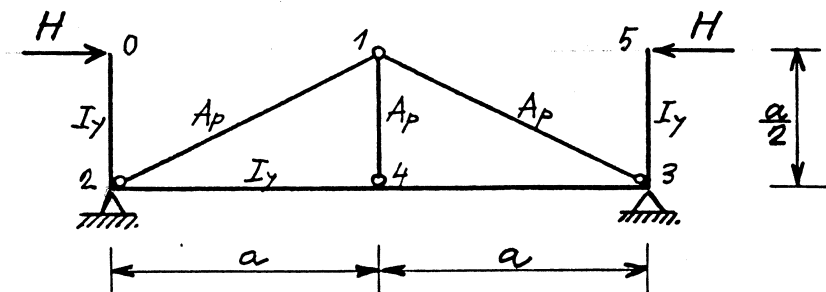
V pomoč: Ravnotežne enačbe paličja v vozlišču i :

$$\sum_{j=1}^n [K_{ij}] \begin{Bmatrix} u_j - u_i \\ w_j - w_i \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} P_i^x \\ P_i^z \end{Bmatrix} + \sum_{j=1}^n \Theta_{ij} \begin{Bmatrix} \cos \alpha_{ij} \\ \cos \gamma_{ij} \end{Bmatrix}$$

$$\Theta_{ij} = k_{ij} l_{ij} \alpha_{ij}^T \Delta T_{ij}$$

Rešitev: Osná sila $N_{13} = -45.202 \text{ kN}$.

NALOGA 13: Nosilec $\bar{05}$ je podprt s trikotnim vešalom. Določi vodoravni pomik točke 0.



$$H = 0.3 \text{ MN}$$

$$E = 200\,000 \text{ MPa}$$

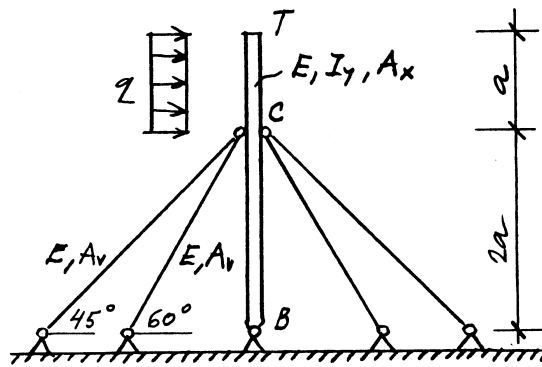
$$A_p = 56 \text{ cm}^2$$

$$I_y = 5400 \text{ cm}^4$$

$$a = 4 \text{ m}$$

Rešitev: Vodoravni pomik $u_0 = 0.189 \text{ m}$.

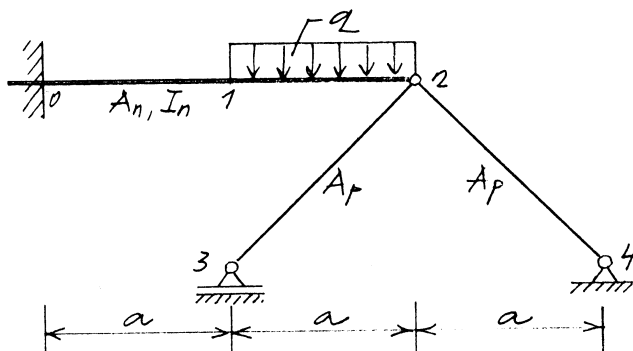
NALOGA 14: Vrvi s katerimi je stabiliziran stebel BT lahko prevzamejo natezne, ne pa tudi tlačnih osnih sil. Določi in skiciraj potek notranjih sil vzdolž stebra ter vodoravni pomik točke T . Pri tem lahko zanemariš osno podajnost stebra v primerjavi z osno podajnostjo vrvi.



$$\begin{aligned}
 E &= 210\,000 \text{ MPa} \\
 A_x &= 114 \text{ cm}^2 \\
 I_y &= 5870 \text{ cm}^4 \\
 A_v &= 1.5 \text{ cm}^2 \\
 a &= 5 \text{ m} \\
 q &= 9.6 \text{ kN/m}
 \end{aligned}$$

Rešitev: $V_B = 76.68 \text{ kN}$, $H_B = 12 \text{ kN}$, $u_T = 27.32 \text{ cm}$.

NALOGA 15: Določi osni sili v palicah $\overline{23}$ in $\overline{24}$ v odvisnosti od obtežbe q .



$$\begin{aligned}
 E &= 200\,000 \text{ MPa} \\
 a &= 4 \text{ m} \\
 A_p &= 0.0008 \text{ m}^2 \\
 A_n &= 0.01 \text{ m}^2 \\
 I_n &= 0.0002 \text{ m}^4
 \end{aligned}$$

Rešitev: $N_{23} = 0$, $N_{24} = -3.562 q$.