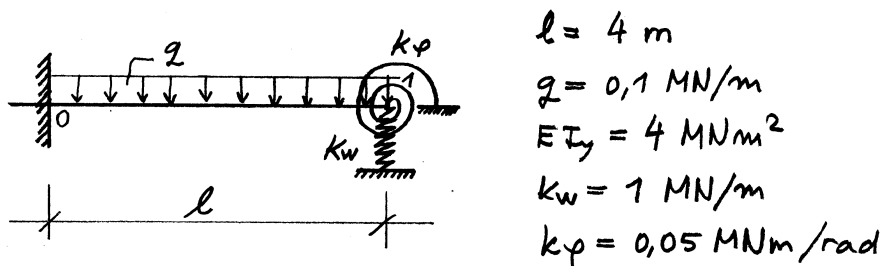


12. VAJA IZ MEHANIKE TRDNIH TELES

(upogib ravnega nosilca z osno silo,
računanje pomikov in notranjih sil ravninskih okvirjev)

PI 1989-03-27

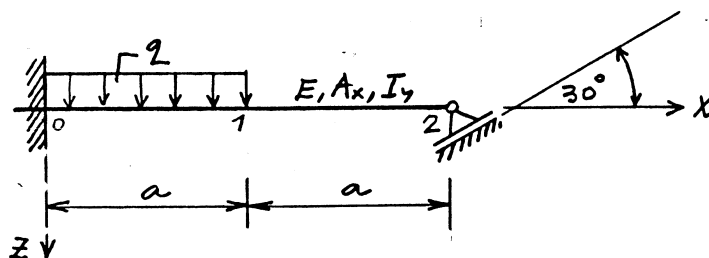
NALOGA 1: Nosilec je v točki 1 elastično podprt. Konstanta linearne vzmeti je k_w , konstanta spiralne vzmeti pa k_φ . Določi pomike in zasuke obeh podpor.



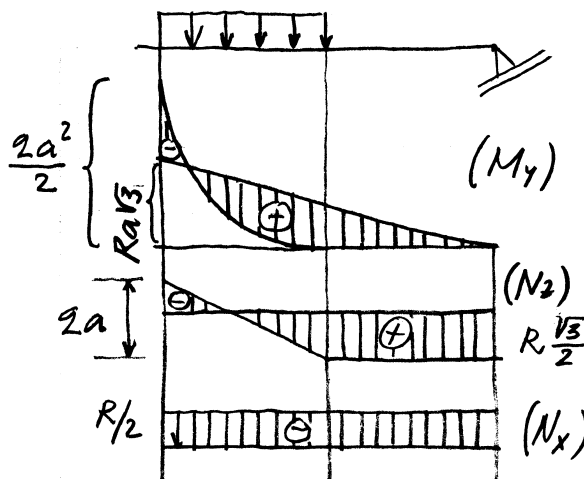
Rešitev: Pomik $w_1 = 0.126 \text{ m}$. Zasuk $\omega_1 = 0.0138 \text{ rad}$.

PI 1996-01-26

NALOGA 2: Določi vektor pomika točke 2 glede na koordinatni sistem (x, z) . Določi in skiciraj diagrame notranjih sil.



Rešitev: Pomika sta $u_x = \frac{-Ra}{EA_x}$ in $u_z = q \frac{7a^4}{24EI_y} - R \frac{4\sqrt{3}a^3}{3EI_y}$, kjer je $R = q \frac{7A_x a^3}{24(I_y + 4a^2 A_x)}$.



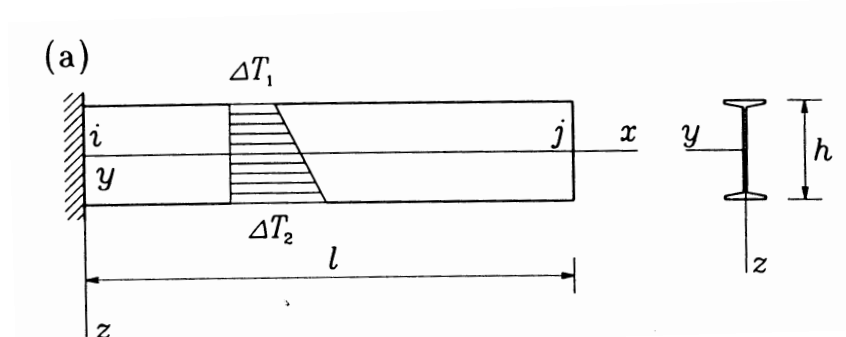
Sine 5.7

NALOGA 3: Jeklen nosilec INP-30 je na levem koncu toga vpet v podlago (skica a). Po celi dolžini je izpostavljen enakomerni spremembi temperature: na zgornji površini se temperatura poveča za 15 K, na spodnji pa za 45 K. Predpostavimo, da se temperatura linearno spreminja višini prečnega prereza. Določi pomika in zasuk desnega konca nosilca, reakcije v podporah in potek notranjih sil vzdolž nosilca, in sicer v dveh primerih:

a) desni konec nosilca je prost,

b) desni konec nosilca je vrtljivo nepomično podprt.

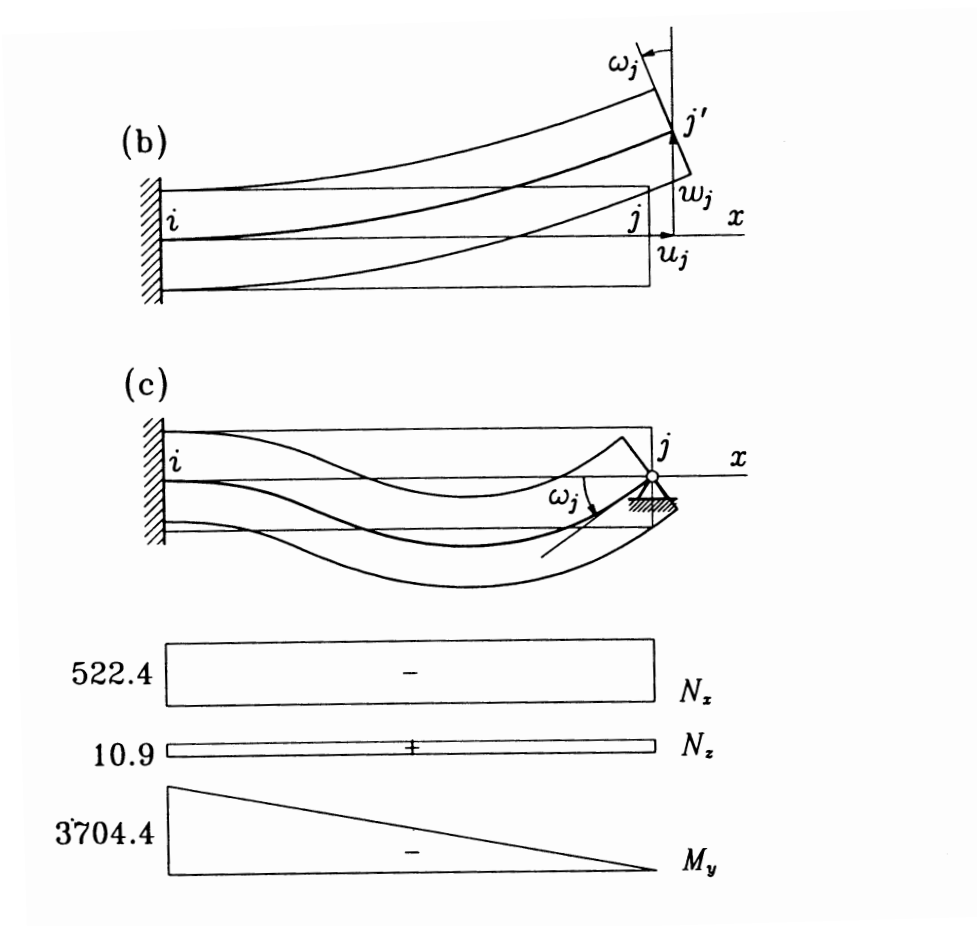
Podatki o nosilcu: $L = 340 \text{ cm}$, $A_x = 69.1 \text{ cm}^2$, $I_{yy} = 9800 \text{ cm}^4$, $E = 21\,000 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$, $\alpha_T = 1.2 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}}$.



Rešitev:

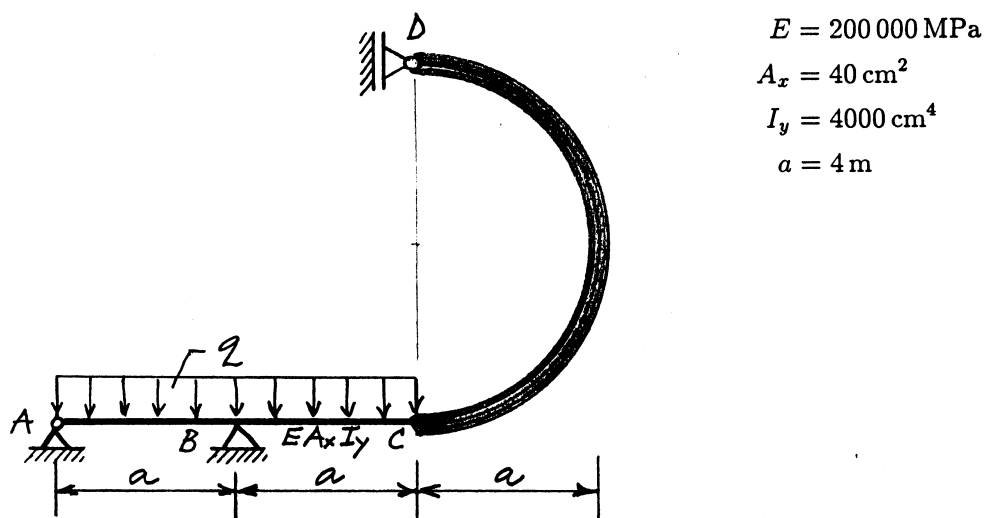
a) Reakcije in notranje sile so enake nič. Pomika $u_j = 0.1224 \text{ cm}$, $w_j = -0.6936 \text{ cm}$ in zasuk $\omega_j = 0.00408 \text{ rad}$. (glej sliko (b)).

b) Potek notranjih sil je prikazan na sliki (c) spodaj. Reakcije $H_i = -H_j = 522.4 \text{ kN}$, $V_i = -V_j = -10.9 \text{ kN}$, $M_i = 3704.4 \text{ kNcm}$. Zasuk $\omega_j = 0.00102 \text{ rad}$.



PI 1997-09-04

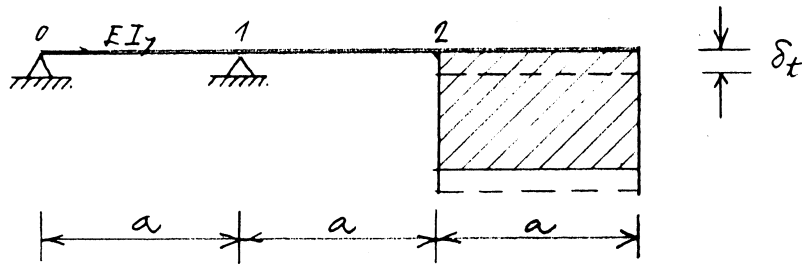
NALOGA 4: Fasadni element \overline{CD} je zelo tog v primerjavi z nosilcem \overline{AC} . V točki C sta oba dela konstrukcije toga povezana. Določi navpični pomik točke D v odvisnosti od velikosti zvezne obtežbe q .



Rešitev: Navpični pomik točke D je $w_D = w_C = 2.167 q$.

PI 2000-03-24

NALOGA 5: Elastičen nosilec je v točki 2 toga vpet v masiven temelj. Določi reakcije, ki nastopijo v podporah 0 in 1, če se masivni temelj enakomerno posedde za δ_t . Rezultate izrazi v odvisnosti od posedka δ_t .

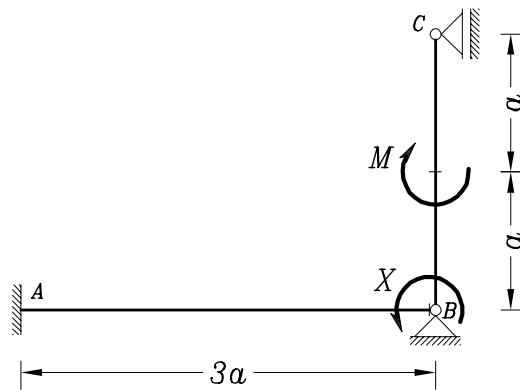


Rešitev: Reakciji sta: $V_0 = -\delta_t \frac{18EI_y}{7a^3}$, $V_1 = \delta_t \frac{66EI_y}{7a^3}$.

PI 2001-03-23

NALOGA 6: Določi moment X tako, da se bo v točki B ohranil pravi kot tudi v deformirani legi. Izračunaj tudi pripadajoče reakcije v podporah in nariši diagrame notranjih sil N_x , N_z in M_y .

Podatki: a , M , $E I_{yy}$

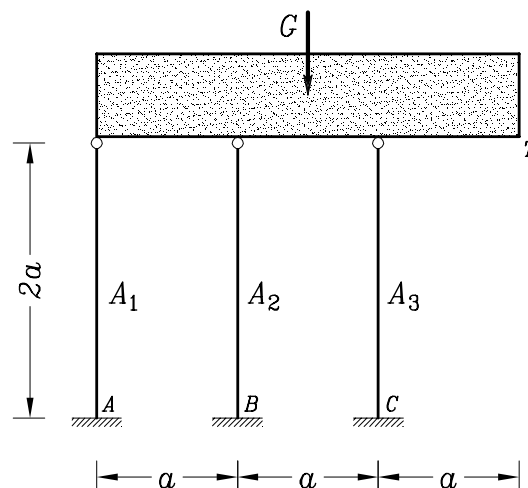


Rešitev: $X = \frac{M}{9}$, $A_X = 0$, $A_Z = \frac{-M}{18a}$, $M_Y^A = \frac{M}{18}$.

PI 2001-06-26

NALOGA 7: Toga greda teže G je členkasto pritrjena na tri stebre, kot kaže slika. Izračunaj vektor pomika točke T .

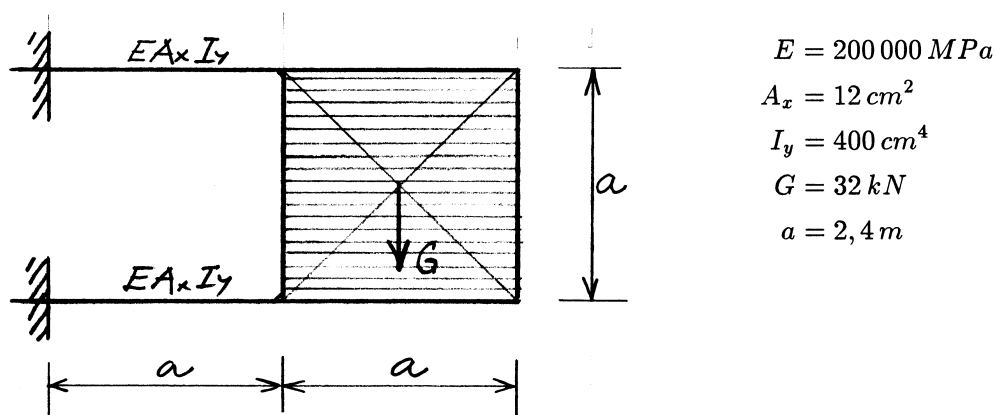
Podatki: a , G , E , $A_1 = 3A_0$, $A_2 = 6A_0$, $A_3 = 2A_0$.



Rešitev: $u(T) = \frac{37aG}{54EA_0} e_z$.

PI 1995-06-08

NALOGA 8: Enakomerno debela homogena plošča teže G je tego pritrjena na dva enaka previsna nosilca. Določi zasuk plošče v ravnini (x, z) !

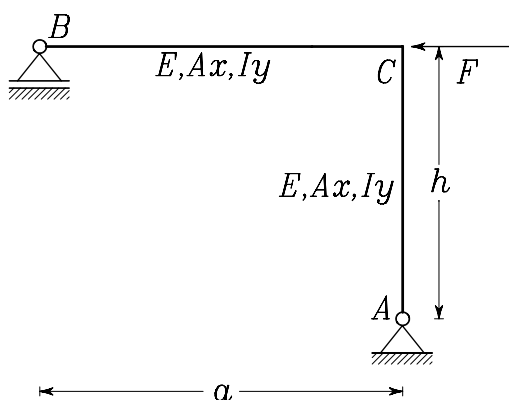


Rešitev: Zasuk plošče $\omega_y = -2.534 \cdot 10^{-4}$ (rad).

PI 2002-03-22

NALOGA 9: Ravninski okvir na sliki je obremenjen z horizontalno silo F . Z uporabo diferencialnih enačb upogibnice določi horizontalni pomik točke C .

Podatki: $F = 2$ kN, $a = 4$ m, $h = 3$ m, $E = 20\,000 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$, $A_x = 70$ cm², $I_y = 5000$ cm⁴.



Rešitev: Iskani pomik znaša

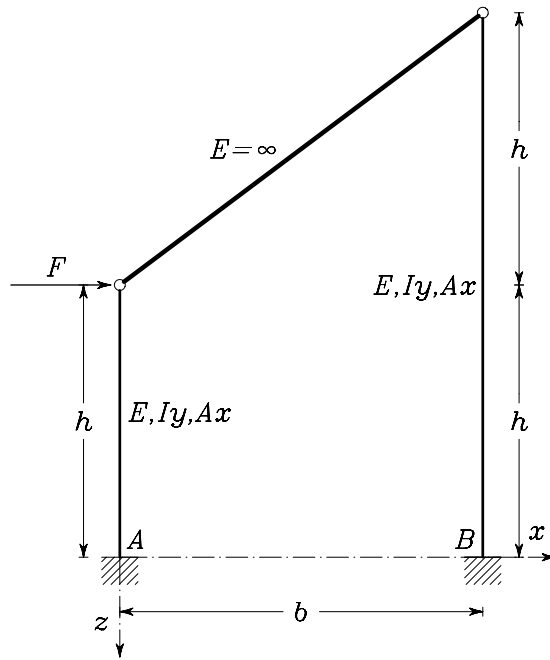
$$u = -1/3 \frac{Fh^2 (ha^2 E A_x + a^3 E A_x + 3 h E I_y)}{a^2 E A_x E I_y}.$$

Ko vstavimo numerične podatke dobimo $u = -0.4202$ cm.

PI 2002-06-26

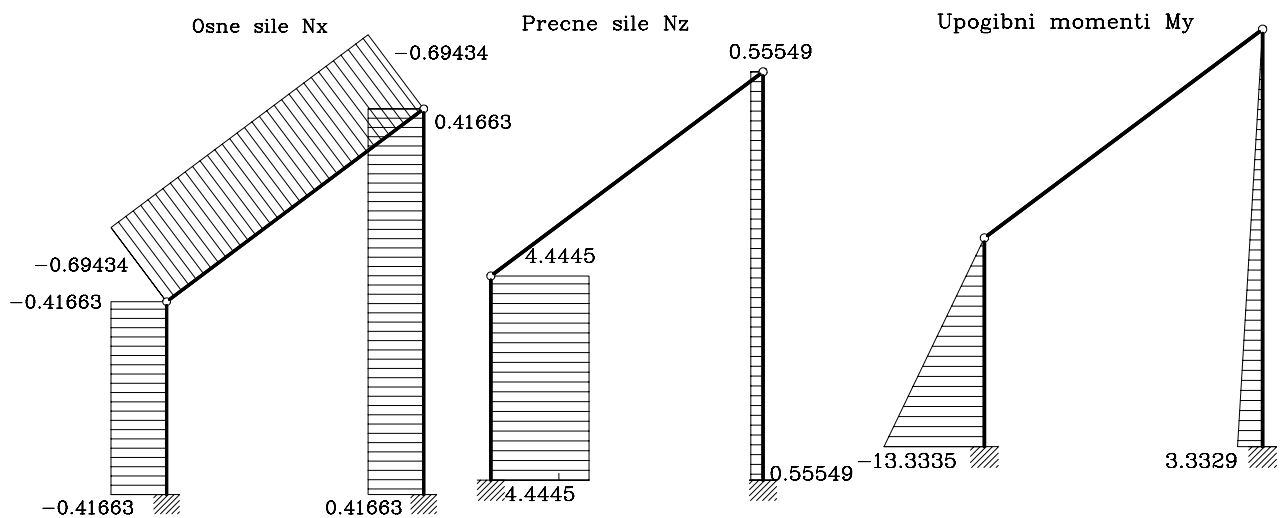
NALOGA 10: Izračunaj notranje sile v podani okvirni konstrukciji. Osnova togost stebrov je zelo velika ($A_x = \infty$) v primerjavi z upogibno togostjo.

Podatki: $b = 4$ m, $h = 3$ m, $F = 5$ kN, $E = 2 \cdot 10^4 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$, $I_y = 1\,000$ cm⁴.



Rešitev: $A_x = -4.4445 \text{ kN}$, $A_z = -0.4166 \text{ kN}$, $M_y^A = 13.3335 \text{ kNm}$, $B_x = -0.5555 \text{ kN}$, $B_z = 0.4166 \text{ kN}$, $M_y^B = 3.3329 \text{ kNm}$.

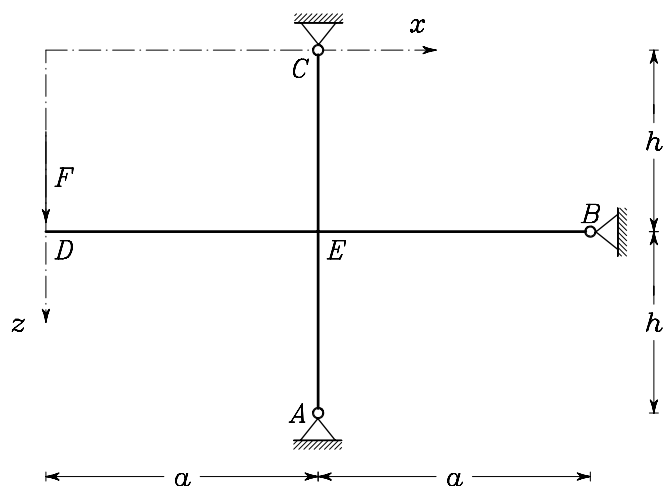
Diagrami osnih, prečnih sil [kN] in upogibnih momentov [kNm]:



PI 2002-07-04

NALOGA 11: Izračunaj notranje sile v podani okvirni konstrukciji. Osne togosti nosilcev so zelo velike ($A_x = \infty$) v primerjavi z upogibnimi togostmi. V točki E so nosilci togo povezani med seboj.

Podatki: $a = 4 \text{ m}$, $h = 3 \text{ m}$, $F = 5 \text{ kN}$, $E = 2 \cdot 10^4 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$, $I_y = 1000 \text{ cm}^4$

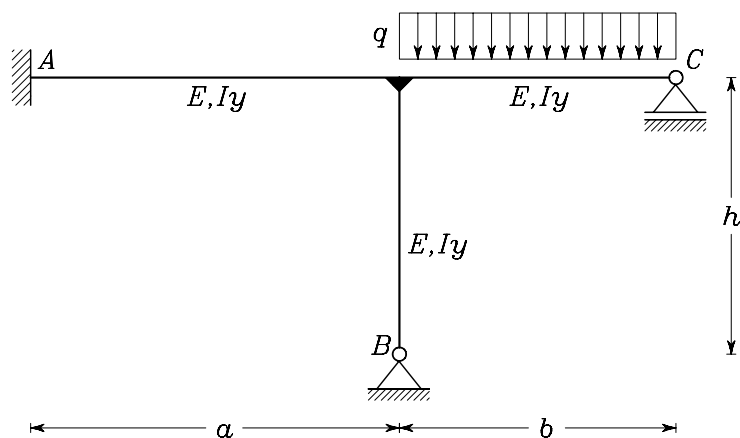


Rešitev: $A_x = -2.4242 \text{ kN}$, $A_z = -3.1818 \text{ kN}$, $B_x = 0 \text{ kN}$, $B_z = 1.3636 \text{ kN}$, $C_x = 2.4242 \text{ kN}$, $C_z = -3.1818 \text{ kN}$.

PI 2002-08-30

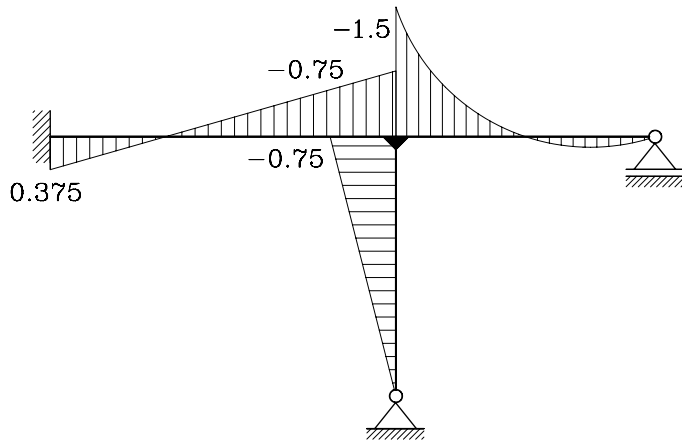
NALOGA 12: Izračunaj upogibne momente in nariši diagram upogibnih momentov v podani okvirni konstrukciji. Osnova togost stebrov in prečk je zelo velika ($A_x = \infty$) v primerjavi z upogibno togostjo.

Podatki: $a = 4 \text{ m}$, $b = 3 \text{ m}$, $h = 3 \text{ m}$, $q = 2 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$, $E = 2 \cdot 10^4 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$, $I_y = 1000 \text{ cm}^4$.



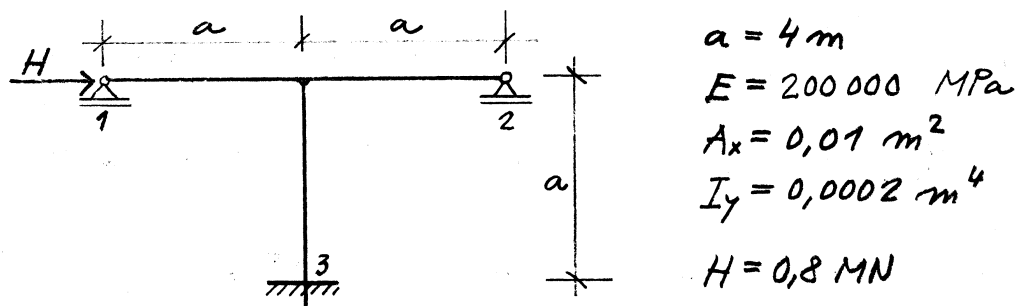
Rešitev:

Upogibni momenti M_y [kNm]



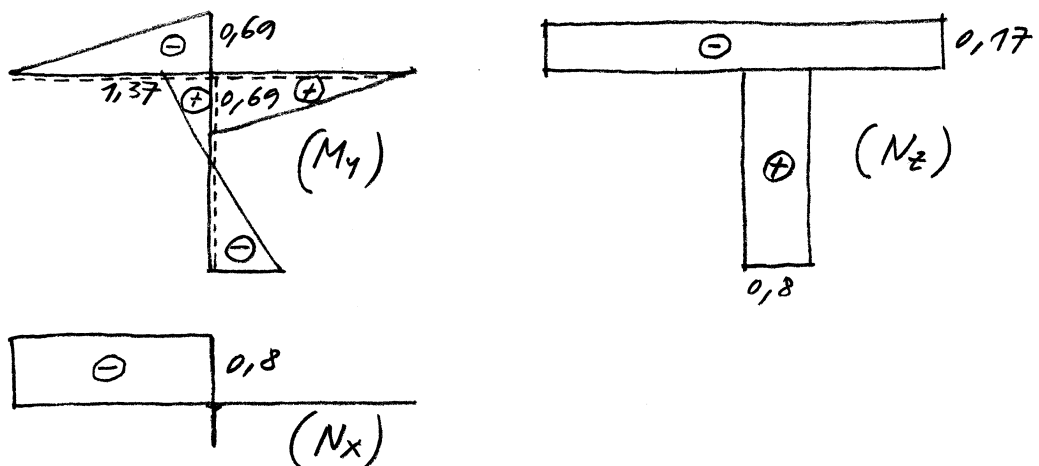
PI 1986-01-27

NALOGA 13: Določi pomike podpore 1 ter skiciraj notranje sile.



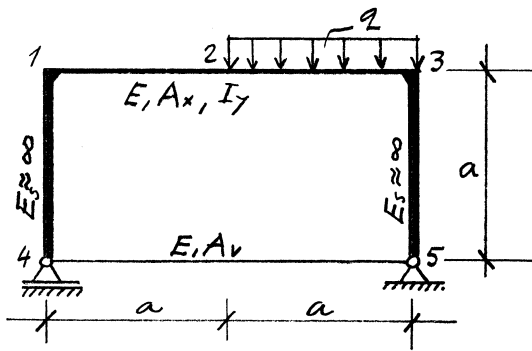
Rešitev: Pomika podpore 1: $w_1 = 0$, $u_1 = 0.15398 \text{ m}$.

Notranje sile:



PI 1986-02-10

NALOGA 14: Določi in skiciraj notranje sile.



$$E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$$

$$A_v = 0,004 \text{ m}^2$$

$$A_x = 0,040 \text{ m}^2$$

$$I_y = 0,004 \text{ m}^4$$

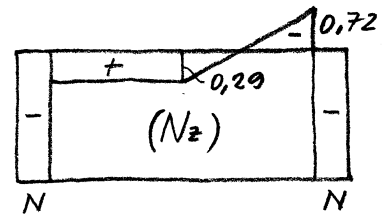
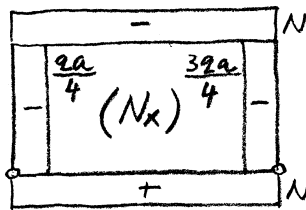
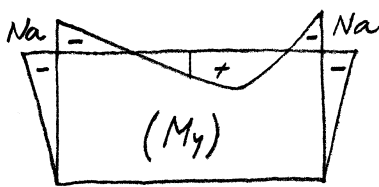
$$a = 3 \text{ m}$$

$$q = 0,32 \text{ MN/m}^1$$

Rešitev:

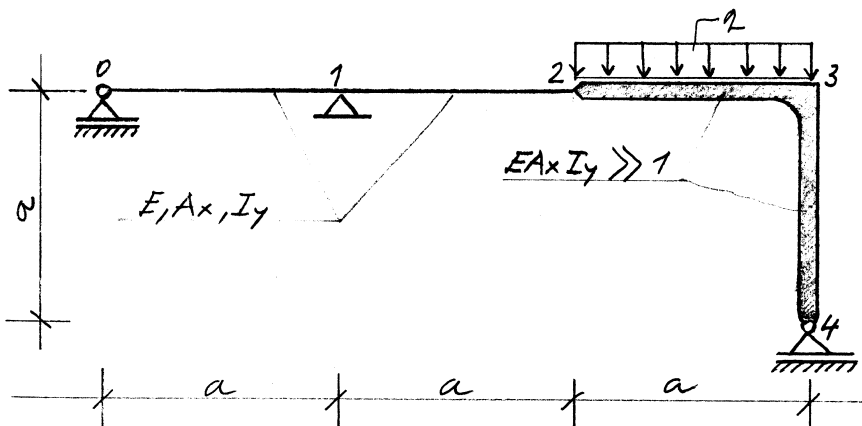
$$N = \frac{qa^3}{6} \cdot \frac{A_v A_x}{I_y (A_v + A_x) + a^2 A_v A_x}$$

$$N = 0,1426 \text{ MN}$$



PI 1990-02-14

NALOGA 15: Določi in skiciraj notranje sile.



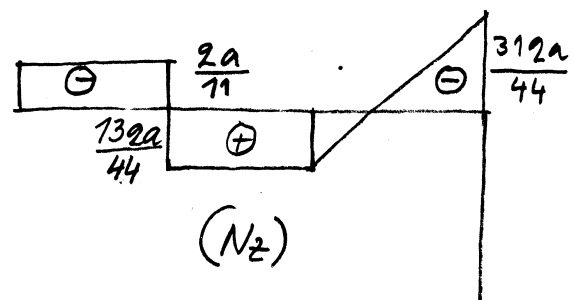
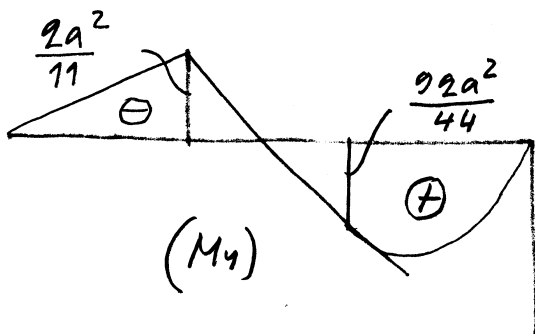
$$E = 20\,000 \text{ kN/cm}^2$$

$$I_y = 6000 \text{ cm}^4$$

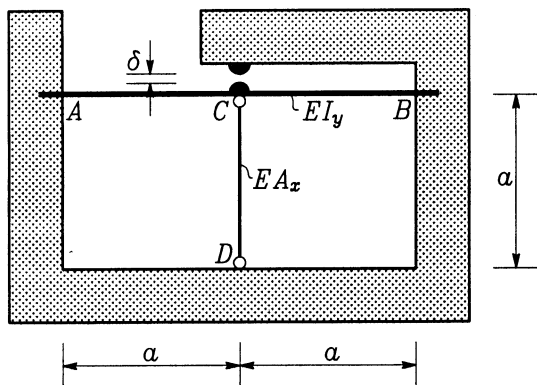
$$A_x = 160 \text{ cm}^2$$

$$q = 40 \text{ kN/m}^1$$

Rešitev:



NALOGA 16: Temperaturno stikalo je narejeno iz togega okvirja, vpetega upogibnega elementa AB in paličnega termočlena CD . Določi spremembo temperature ΔT termočlena CD , pri kateri se vzpostavi kontakt.



$$\begin{aligned}
 E &= 100\,000 \text{ MPa} \\
 \alpha_T &= 3.6 \cdot 10^{-5} / \text{K} \\
 a &= 80 \text{ mm} \\
 \delta &= 0.6 \text{ mm} \\
 A_x &= 10 \text{ mm}^2 \\
 I_y &= 2 \text{ mm}^4
 \end{aligned}$$

Rešitev: Sprememba temperature termočlena $\Delta T = 208.5 \text{ K}$.