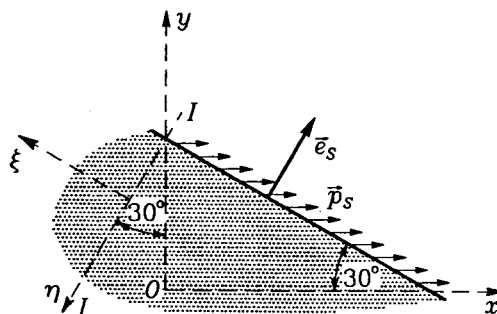


5. VAJA IZ MEHANIKE TRDNIH TELES

(tenzor napetosti III)

(ravnotežne enačbe)

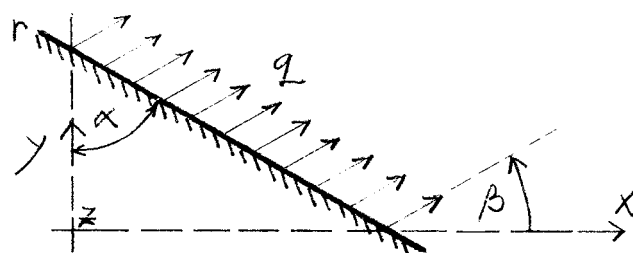
NALOGA 1: Na rob tanke stene deluje enakomerna zvezna površinska obtežba $\vec{p}_S = 6\vec{e}_x$ [MPa]. V prerezu $I-I$ je normalna komponenta napetosti enaka nič. Določi strižno napetost v prerezu $I-I$. Predpostavi, da so napetosti po celotni steni konstantne.



$e_{sx} = \frac{1}{2}$
$e_{sy} = \frac{\sqrt{3}}{2}$
$e_{\xi x} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
$e_{\xi y} = \frac{1}{2}$

Rešitev: $\sigma_{xx} = 5.25$ MPa, $\sigma_{xy} = 3.90$ MPa, $\sigma_{yy} = -2.25$ MPa.
 $\sigma_{\xi\eta} = 5.196$ MPa.

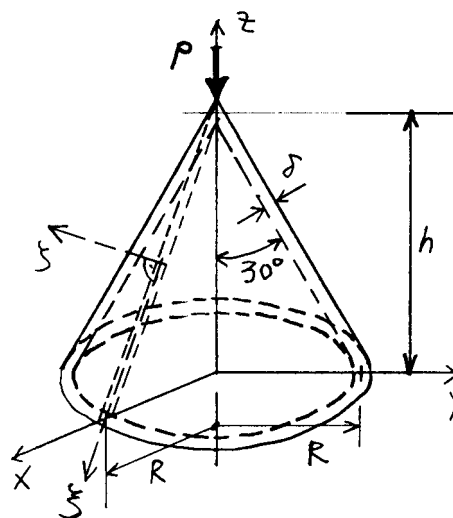
NALOGA 2: Na rob stene (RNS) deluje enakomerna zvezna obtežba q kot kaže skica. Določi komponente tenzorja v koordinatnem sistemu (x, y, z) tako, da bosta glavni normalni napetosti nasprotno enaki med seboj ($\sigma_{11} = -\sigma_{22}$)! Določi ravnini obeh glavnih normalnih napetosti. Predpostavi, da so napetosti po celotni steni konstantne.



Podatki: $q = 10$ MPa, $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 30^\circ$.

Rešitev: $\sigma_{xy} = q = 10$, $\sigma_{xx} = -\sigma_{yy} = 0$.
 $\sigma_{11} = -\sigma_{22} = q = 10$ MPa, $\alpha_q = 45^\circ, 135^\circ$.

NALOGA 3: Tanko stožčasta lupina je prilepljena na vodoravno podlago. Srednji polmer osnovne ploskve je R , višina stožca pa h . Vrh stožca je obtežen z navpično silo P . Določi normalno napetost $\sigma_{\xi\xi}$ v steni lupine v odvisnosti od koordinate z ter normalno napetost σ_{zz} in strižno napetost $\sigma_{zx} = \sigma_{zy}$ v osnovni ploskvi ($z = 0$)! Ker gre za tanko lupino ($\delta \ll R$), lahko predpostaviš enakomeren potek napetosti po debelini. Lastne teže lupine ni potrebno upoštevati.



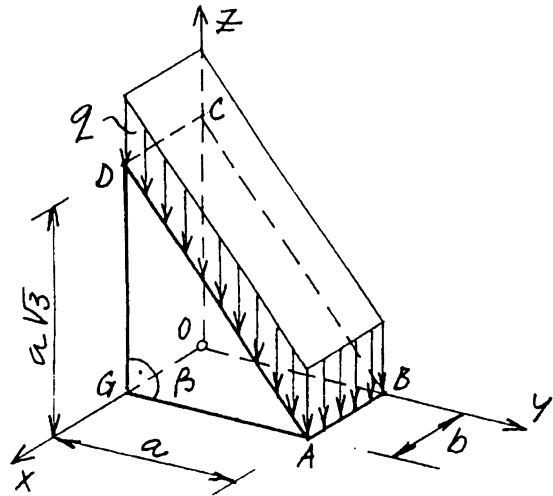
Rešitev: $\sigma_{\xi\xi} = \frac{-P}{\pi\delta(h-z)}$, $\sigma_{zz} = \frac{-3P}{4\pi\delta h}$, $\sigma_{zx} = \frac{P\sqrt{3}}{4\pi\delta h}$.

NALOGA 4: Poševna mejna ploskev $ABCD$ majhne homogene trikotne prizme je obtežena s navpično enakomerno površinsko obtežbo q , kot kaže skica. Rezultanta enakomerne površinske obtežbe mejne ploskve $OGAB$ je $\mathbf{P} = P_y \mathbf{e}_y + P_z \mathbf{e}_z$. Komponento P_z poznamo: $P_z = 30$ kN. Mejni ploski OBC in GAD nista obteženi.

Pri katerih vrednostih zunanje obtežbe q je normalna napetost v mejni ploskvi $OGDC$ i) natezna, ii) enaka nič, iii) tlačna?

Določi normalno in strižno napetost v mejni ploskvi $OGDC$ pri $q = 170$ MPa! Določi komponento P_y in kontroliraj ravnotežje prizme kot celote! Predpostavi, da so napetosti po celotni prizmi konstantne.

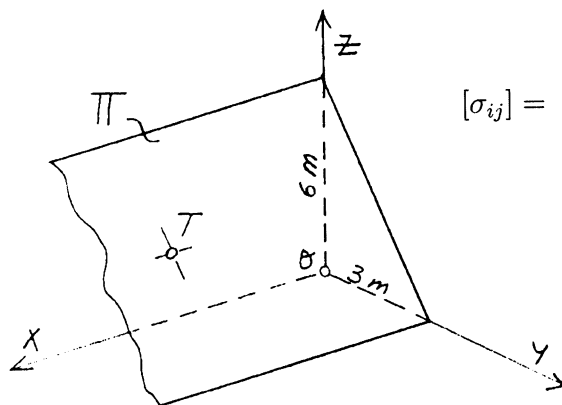
$a = 30$ mm, $b = 10$ mm.



Rešitev: $\sigma_{yy} > 0$ pri $q > \frac{P_y}{2ab}$, $\sigma_{yy} = 0$ pri $q = \frac{P_y}{2ab}$, $\sigma_{yy} < 0$ pri $q < \frac{P_y}{2ab}$,
 $q = 170$ MPa: $\sigma_{yy} = 80$ MPa, $\sigma_{yz} = -138.6$ MPa, $\sigma_{zz} = -100$ MPa.

NALOGA 5: Napetostno stanje telesa je podano s komponentami σ_{ij} tenzorja napetosti v koordinatnem sistemu (x, y, z) . V točki $T(5, y, 2)$, ki leži v ravnini Π , določi:

- glavne normalne napetosti,
- kot β med normalo ravnine Π in normalo ravnine, v kateri deluje največja glavna normalna napetost,
- strižno napetost v ravnini Π ter enotski vektor \mathbf{e}_t , ki določa smer te strižne napetosti.



$$[\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} 4(2y^2 + z) & 5z & 5zx \\ 5z & -zx & 5z^2 - 2xy \\ 5zx & 5z^2 - 2xy & 10x \end{bmatrix}$$

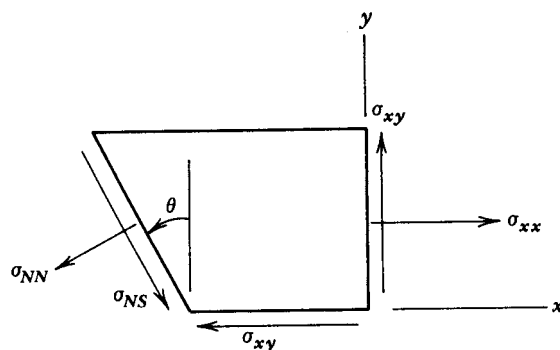
Rešitev: $\sigma_{11} = 0$, $\sigma_{22} = 95.7$ MPa, $\sigma_{33} = -15.7$ MPa,

$\beta = 67.3^\circ$,

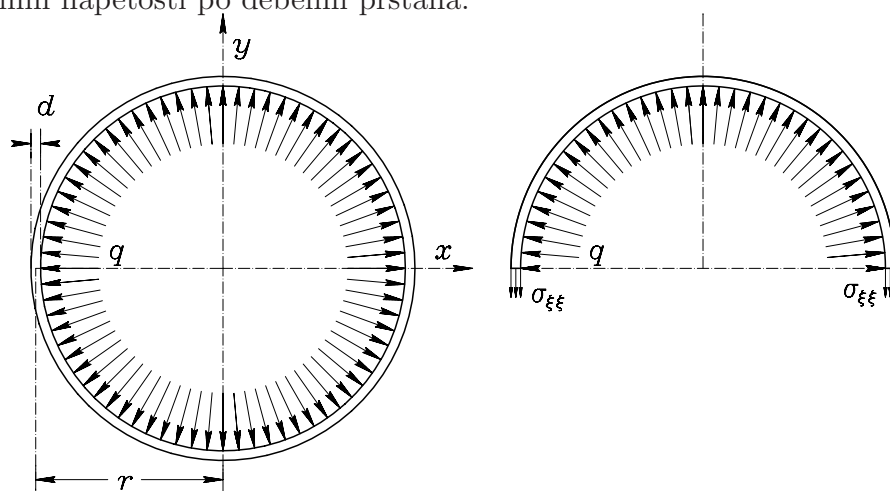
$\tau = 39.45$ MPa, $\mathbf{e}_t = 0.794 \mathbf{e}_x - 0.272 \mathbf{e}_y + 0.544 \mathbf{e}_z$.

NALOGA 6: Iz okolice točke P izrežemo infinitezimalno majhen trapez, prikazan na spodnji sliki. Slika prikazuje potek napetosti na stranskih ploskvah (nevriscane napetosti so

enake 0). Iz meritev poznamo vrednost normalne napetosti $\sigma_{xx} = 1$ MPa. Določi vrednosti preostalih neznanih napetosti na sliki.



NALOGA 7: Določi normalne napetosti $\sigma_{\xi\xi}$ v tankem prstanu polmera r , debeline d , ki je z notranje strani obtežen z enakomerno normalno tlačno obtežbo q . Privzemi konstanten potek normalnih napetosti po debelini prstana.



Rešitev: $\sigma_{\xi\xi} = \frac{qr}{d}$.

NALOGA 8: Napetostno stanje telesa je podano s komponentami σ_{ij} tenzorja napetosti glede na kartezijski koordinatni sistem (x, y, z)

$$[\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} x^2 y & (1 - y^2) x & 0 \\ (1 - y^2) x & (y^3 - 3y)/3 & 0 \\ 0 & 0 & 2z^2 \end{bmatrix}$$

Določi:

- volumsko obtežbo telesa, ki zadošča ravnotežnim enačbam,
- glavne normalne napetosti v točki $P(a, 0, 2\sqrt{a})$,
- po absolutni vrednosti največjo strižno napetost τ_{\max} v točki P ,
- glavne deviatorične napetosti v točki P .

Rešitev: $v_x = v_y = 0, v_z = -4z$,

$$\sigma_{11} = a, \sigma_{22} = -a, \sigma_{33} = 8a,$$

$$\tau_{\max} = \pm 4.5a,$$

$$s_{11} = \frac{-11a}{3}, s_{22} = \frac{-5a}{3}, s_{33} = \frac{16a}{3},$$