

1. Domača naloga iz Nelinearne mehanike, 11. 11. 2011

Rok oddaje, 18. 11. 2011

VS_i je i-ta številka **tvoje** vpisne številke. Za vpisno številko 26102734 je VS₆=7, VS₈=4.

NALOGA 1: Deformiranje telesa je določeno s predpisom:

$$\begin{aligned}x_1 &= x_1^0 + ax_2^{02} \\x_2 &= x_2^0 + ax_1^{02} \\x_3 &= x_3^0\end{aligned}$$

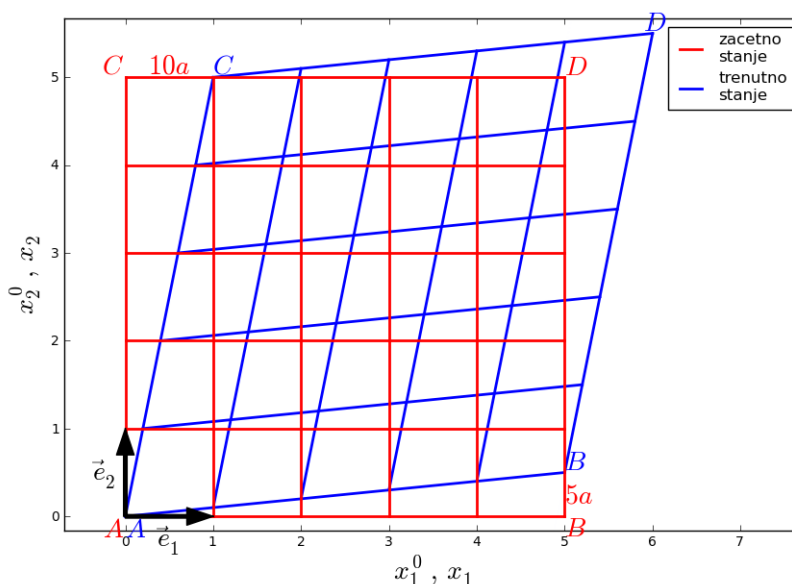
Privzemi $a = (\text{VS7} + 1) \frac{10^{-2}}{\text{m}}$.

- Grafično prikaži deformiranje kvadrata $[-1 \text{ m}, 1 \text{ m}] \times [-1 \text{ m}, 1 \text{ m}]$.
- V točki $T(x_1^0 = 1 \text{ m}, x_2^0 = 1 \text{ m}, x_3^0 = 0 \text{ m})$ določi:
 - deformacijski gradient F ,
 - levi Cauchyjev tenzor $C = F^T F$,
 - desni Cauchyjev tenzor $B = F F^T$,
 - Green Lagrangev tenzor deformacij E ,
 - Euler Almansihev tenzor deformacij e ,
 - tenzor majhnih deformacij ϵ .
- b) V točki T določi polarni razcep RU deformacijskega gradienta F .
- c) V točki T izračunaj diferencial površine dS .
- d) V točki T izračunaj diferencial volumna dV .
- e) V točki T izračunaj diferencial spremembe dolžine $d\vec{s}$.
- f) Izračunaj točno vrednost specifične spremembe dolžine v točki T v smeri vektorja $\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{e}_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{e}_2$? Izračunaj točno vrednost specifične spremembe dolžine v točki T v smeri vektorja $\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{e}_1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{e}_2$ brez uporabe formul?
- g) Izračunaj spremembo ploščine kvadrata po deformaciji.
- h) Izračunaj spremembo obsega kvadrata po deformaciji.

NALOGA 2: Telo se v vodoravni smeri $\vec{e}_1$ raztegne za $(\text{VS8} + 1)\%$, v navpični smeri $\vec{e}_2$ in v smeri $\vec{e}_3$ pravokotno na svojo ravnino pa skrči za $(\text{VS8} + 1)\%$.

- a) Ugani deformacijski gradient F in polarna razcepa RU in VR .
- b) Ugani spremembo volumna dV .
- c) Gornje rezultate preveri tudi računsko.

NALOGA 3: Deformiranje telesa prikazuje spodnja slika.



V telesu vlada homogeno ravninsko deformacijsko stanje.

- Določi zvezo med materialnimi in prostorskimi koordinatami poljubnega delca po deformiranju in deformacijski gradient F na dva načina.
- Izpiši komponente tenzorjev E_{ij} in e_{ij} za $i, j = 1, 2, 3$.
- Izračunaj glavne deformacije tenzorjev E in e in pripadajoče glavne smeri
- Izračunaj glavne raztege in pripadajoče smeri
- Izračunaj spremembi pravih kotov BAC in DEC , kjer točka E sovpada z geometrijskim središčem kvadratne plošče.

NALOGA 4: Obravnavaj deformiranje krožnega kolobarja notranjega polmera $r = 1$ m in zunanjega polmera $R = 3$ m podano z enačbami:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_1^0 \left(1 - \frac{r}{\sqrt{x_1^{02} + x_2^{02}}} \right) \\ x_2 &= x_2^0 \left(1 - \frac{r}{\sqrt{x_1^{02} + x_2^{02}}} \right) \\ x_3 &= x_3^0 \end{aligned}$$

- Izračunaj deformacijski gradient F in odgovori na spodnja vprašanja.
- Ali je deformacijski gradient F povsod definiran? Ali je deformacijsko stanje homogeno?
- Ali je determinanta deformacijskega gradienta F povsod definirana? Za koliko se pri deformiranju spremeni ploščina kolobarja?
- Ali je inverz deformacijskega gradienta F^{-1} povsod definiran? Ali se vsaj dva delca premakneta na isto mesto?
- Izračunaj glavne raztege okolice delca z materialnimi koordinatami $(x_1^0 = r, x_2^0 = 0, x_3^0 = 0)$ in pripadajoče glavne smeri.