3. Domača naloga iz Nelinearne mehanike, 2. 12. 2011

Rok oddaje, 9. 12. 2011

`VSi` je i–ta števka **tvoje** vpisne številke. Za vpisno številko 26102734 je `VS6=7`, `VS8=4`.

NALOGA 1:

a) Vektor $\vec{a}$ oklepa s koordinatnimi osmi $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ in $\vec{e}_3$ kote $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 60^\circ$ in γ. Obravnavaj en sam takšen vektor $\vec{a}$.

   1) Zapiši vektor $\vec{a}$ z linearno kombinacijo vektorjev $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ in $\vec{e}_3$.
   2) Zapiši vektor $\vec{a}$ z linearno kombinacijo vektorjev $\vec{g}_1$, $\vec{g}_2$ in $\vec{g}_3$, kjer tvorijo vektorji $\vec{g}_1 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \frac{1}{2}\vec{e}_2 + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{e}_3$, $\vec{g}_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{e}_1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{e}_2 + e_{g3}\vec{e}_3$ in $\vec{g}_3$ desnosučno ortonormirano bazo.
   3) Zapiši vektor $\vec{a}$ z linearno kombinacijo vektorjev $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ in $\vec{g}_3$.
   4) Ali lahko izraziš vektorje $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$, $\vec{e}_3$ z vektorji $\vec{g}_1$, $\vec{g}_2$ in $\vec{g}_3$ preko linearne preslikave A v obliki $\vec{e}_1 = A\,\vec{g}_1$, $\vec{e}_2 = A\,\vec{g}_2$, $\vec{e}_3 = A\,\vec{g}_3$?
   5) Utemelji, da takšna preslikava A ne obstaja, oziroma, v kolikor obstaja, pojasni njen fizikalni pomen.

b) Linearna preslikava B preslika vektorje $\vec{e}_1 + \vec{e}_2$, $\vec{e}_1 - \vec{e}_2$, $\vec{e}_1 + \vec{e}_3$ v vektorje $\vec{g}_1 - \vec{g}_2$, $\vec{g}_1 + \vec{g}_2$ in $\vec{g}_1 - \vec{g}_3$.

   1) Poišči vse takšne vektorje, ki jim preslikava B ne spremeni smeri.
   2) Vse vektorje izrazi z baznimi vektorji $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ in $\vec{e}_3$. Preslikavo B predstavi z matriko B_e, ki povezuje med seboj komponente teh vektorjev.
   3) Vse vektorje izrazi z baznimi vektorji $\vec{g}_1$, $\vec{g}_2$ in $\vec{g}_3$. Preslikavo B predstavi z matriko B_g, ki povezuje med seboj komponente teh vektorjev.
   4) Določi zvezo med matrikama B_e in B_g.
   5) Koliko realnih lastnih vrednosti in lastnih vektorjev imata matriki B_e in B_g? Poišči zvezo med lastnimi vrednostmi in lastnimi vektorji matrik B_e in B_g.
   6) Za vsako matriko povej kakšna je. Ali je simetrična, ortogonalna?

NALOGA 2: Kot rešitev mehanskega problema ravninskega telesa po metodi napetosti smo dobili majhne deformacije ε_{ij} kot funkcije telesnih koordinat x_1^0 in x_2^0. Vsi delci telesa se premikajo le v ravnini (x_1^0, x_2^0). Znana sta pomik delca z materialnimi koordinatami $x_1^0 = 1$, $x_2^0 = 1$ in $x_3^0 = 0$, tj. $\vec{u}_{T_0} = \vec{0}$ in zasuk okolice delca z istimi materialnimi koordinatami ($x_1^0 = 1$, $x_2^0 = 1$ in $x_3^0 = 0$), tj. $\vec{\omega}_{T_1} = \vec{0}$.

$$[\varepsilon_{ij}] = 10^{-4} \cdot \begin{bmatrix} 0 & a\,|x_1^0 x_2^0| & 0 \\ a\,|x_1^0 x_2^0| & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Podatki: $a = \frac{(\mathtt{VS8}+1)}{1000}$. Razdalje in pomiki so v m.
Obravnavaj kvadratno steno $x_1^0 \in [-5,5]$, $x_2^0 \in [-5,5]$, $x_3^0 = 0$.

a) Preveri kompatibilitetne pogoje.
b) Določi pomik in zasuk okolice delca z materialnimi koordinatami $x_1^0 = 5$, $x_2^0 = 5$ in $x_3^0 = 0$.
c) Ali sta pomik in zasuk odvisna od izbire integracijske poti? Utemelji odgovor!