1. Domača naloga iz Nelinearne mehanike, 11. 10. 2013

Rok oddaje, 25. 10. 2013

`VSi` je i–ta števka **tvoje** vpisne številke. Za vpisno številko 26102734 je `VS6`=7, `VS8`=4.

NALOGA 1: Na sliki sta podana dva trikotna šest-vozliščna končna elementa. Obravnavaj levi in desni trikotni šest-vozliščni končni element. Privzemi dimenziji $a = (\mathtt{VS7} + 20)\,\mathrm{mm}$ in $h = (\mathtt{VS8} + 20)\,\mathrm{mm}$.

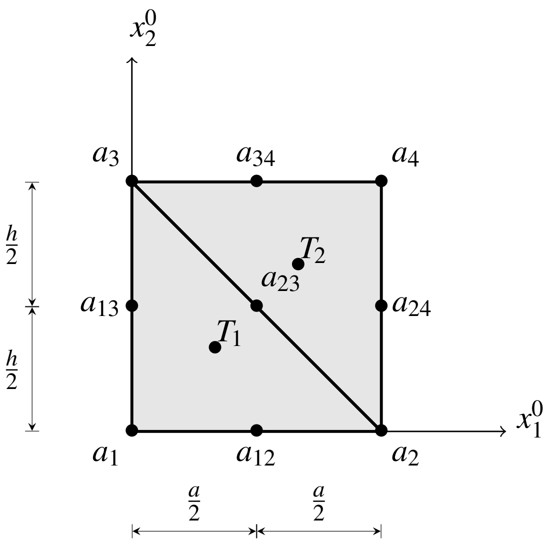

Figure 1: Levi in desni trikotni šest-vozliščni končni element

Polje pomikov $\vec{u}(x_1^0, x_2^0) = u(x_1^0, x_2^0)\vec{e}_1 + v(x_1^0, x_2^0)\vec{e}_2$ po posameznem trikotnem končnem elementu je podano v materialnih koordinatah z nastavkoma

$$u(x_1^0, x_2^0) = c_1 + c_2 x_1^0 + c_3 x_2^0 + c_4 x_1^0 x_2^0 + c_5 x_1^{0^2} + c_6 x_2^{0^2},$$
$$v(x_1^0, x_2^0) = b_1 + b_2 x_1^0 + b_3 x_2^0 + b_4 x_1^0 x_2^0 + b_5 x_1^{0^2} + b_6 x_2^{0^2}.$$

Znani so pomiki oglišč.

$$\vec{u}(a_1) = (0\vec{e}_1 + 0\vec{e}_2)\,\mathrm{mm}, \qquad \vec{u}(a_{12}) = (0\vec{e}_1 + 0\vec{e}_2)\,\mathrm{mm}, \qquad \vec{u}(a_2) = (0\vec{e}_1 + 0\vec{e}_2)\,\mathrm{mm},$$
$$\vec{u}(a_{13}) = (0\vec{e}_1 + 0\vec{e}_2)\,\mathrm{mm}, \qquad \vec{u}(a_{23}) = (2\vec{e}_1 + 1\vec{e}_2)\,\mathrm{mm}, \qquad \vec{u}(a_{24}) = (3\vec{e}_1 + 1.5\vec{e}_2)\,\mathrm{mm},$$
$$\vec{u}(a_3) = (0\vec{e}_1 + 0\vec{e}_2)\,\mathrm{mm}, \qquad \vec{u}(a_{34}) = (3\vec{e}_1 + 1.5\vec{e}_2)\,\mathrm{mm}, \qquad \vec{u}(a_4) = (4\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2)\,\mathrm{mm}.$$

Določi:

1. in nariši deformirano stanje;
2. konstante c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 in b_6, da bodo pomiki v vozliščih enaki predpisanim;
3. vektor pomika delca $T_1(x_1^0 = \frac{a}{3}, x_2^0 = \frac{h}{3})$;
4. zvezo med materialnimi in prostorskimi koordinatami poljubnega delca;
5. deformacijski gradient F delca T_1;

6. inverz deformacijskega gradienta F delca T_1 na dva načina;
7. deformirane bazne vektorje $\vec{g}_1$, $\vec{g}_2$ in $\vec{g}_3$ delca T_1;
8. tenzor majhnih deformacij ε delca T_1;
9. polarni razcep RU deformacijskega gradienta F delca T_1.

NALOGA 2: Uvedemo linearne funkcije λ_1, λ_2 in λ_3 na sliki pri čemer privzamemo, da je funkcija λ_i v i-tem oglišču trikotnika a_i enaka 1, v preostalih dveh ogliščih pa je enaka 0.

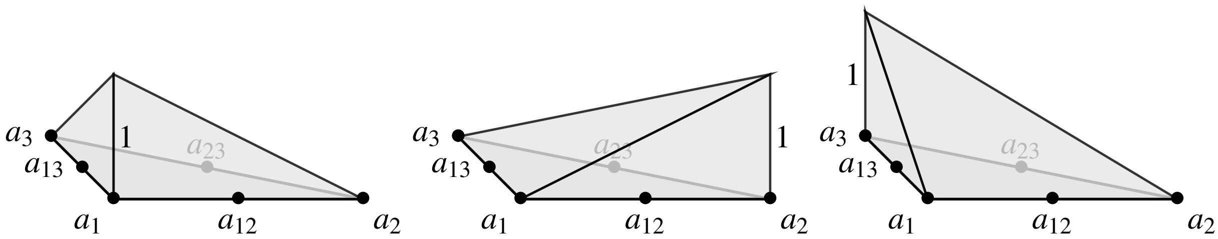

Figure 2: Linearne funkcije λ_1, λ_2 in λ_3 na spodnjem trikotniku.

Komponenti pomika u in v lahko potem opišemo z nastavkoma

$$u = \sum_i \lambda_i (2\lambda_i - 1)\, u(a_i) + 4 \sum_{i<j} \lambda_i \lambda_j\, u(a_{ij}),$$
$$v = \sum_i \lambda_i (2\lambda_i - 1)\, v(a_i) + 4 \sum_{i<j} \lambda_i \lambda_j\, v(a_{ij}).$$

1. Skiciraj deformirano stanje.
2. Privzemi enake vozliščne pomike kot v prvi nalogi. Ali na takšen način dobimo enake pomike kot v prvi nalogi?
3. Ali je tako dobljena interpolacijska funkcija pomikov na robu a_2–a_3 zvezna?
4. Določi deformacijski gradient v vozlišču a_{23} z uporabo interpolacijskega nastavka na levem trikotniku in z uporabo interpolacijskega nastavka na desnem trikotniku. Ali dobiš v obeh primerih enak rezultat? Ali je tako dobljena interpolacijska funkcija pomikov na robu a_2–a_3 zvezno odvedljiva?