

1. Nihanje vozila pri vožnji čez grbinasto vozišče

Opis situacije: Četudi cesta (ali železniški tir) poteka po vodoravnem terenu, je v navpični smeri vedno nekoliko valovita. Vozilo (ali lokomotiva oz. vagon) je vzmeteno. Ko se vozilo giblje po valoviti cesti, niha gor in dol. Stopnja nihanja vozila je odvisna od mase vozila, od togosti vzmetenja, od hitrosti vozila in od oblike valov. Nihanje je lahko komaj zaznavno, lahko pa zelo močno (rezonanca), odvisno od zgoraj naštetih parametrov. Cilj je nastaviti enačbe gibanja, ki bi služile za določitev rešitev in nadaljnjo parametrično analizo.

Model: Upoštevamo najbolj preprost model. Vozilo je modelirano z delcem z maso m , vzmetenje je modelirano z breztežno vzmetjo s togostjo k . Površina ceste je periodično valovita in opisana s sinusno funkcijo. Model gibajočega se vozila se torej sestoji iz delca, naslonjenega na vzmet, spodnji rob vzmeti pa se pomika po površini ceste. Zračni upor je zanemarljiv. Začetni pogoji so znani (začetna lega in začetna hitrost delca).

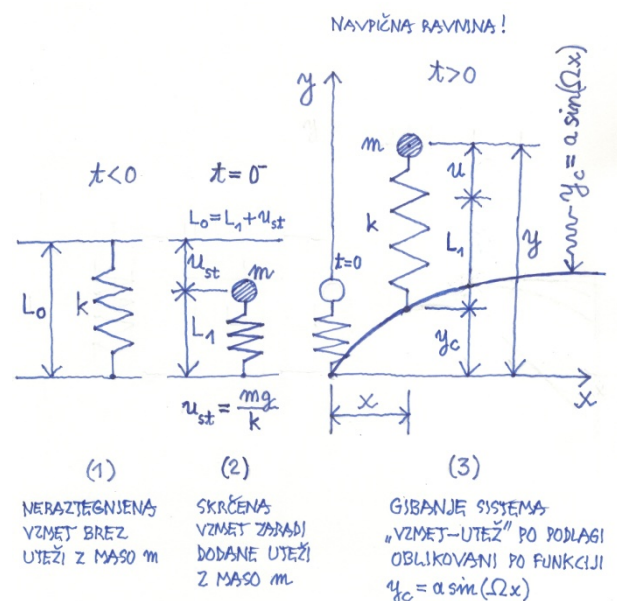
Dodatna pojasnila: Za lažjo predstavo navajamo nekaj pojasnil (glejte tudi priloženo skico). Vzmet, na kateri sloni vozilo, ima v neraztegnjenem in nerazbremenjenem stanju dolžino L_0 . Nato nanjo montiramo vozilo («utež») z maso m . Pri tem se vzmet skrči za $u_{st} = mg/k$ in prevzame silo mg (g je težnostni pospešek; indeks »st« označuje statični skrček). To je začetno stanje pri $t=0$. Nato vozilo dobi znano začetno hitrost (v smereh x in y), ki vozilu omogoča nadaljnje gibanje po valoviti cesti.

Podatki:

- Masa vozila: m .
- Togost vzmeti (vzmetna konstanta): k ; neraztegnjena dolžina vzmeti: L_0 .
- Oblika površine ceste («c») v navpični ravnini (v navpični smeri) poteka po funkciji: $y_c(x) = a \sin(\Omega x)$; a in Ω sta znani konstanti.
- Začetni pogoji.

Vprašanja:

- Zapišite krajevni vektor, vektor hitrosti in vektor absolutnega pospeška delca v kartezičnih koordinatah.
- Analizirajte sile na izolirani (prosti) delec in določite kartezične komponente rezultante sil na delec; pri analizi sil na delec upoštevajte dodatna pojasnila, podana zgoraj.
- Zapišite enačbe, ki zadevajo gibanje delca.
- Enačbe klasificirajte.
- Ugotovite število medsebojno neodvisnih začetnih pogojev in zapišite en primer.



2. Gibanje togega telesa po znanem tiru

Opis situacije. Zanimajo nas rezultantne sile in momenti na vozilo, katerega težišče bi se gibalo med vožnjo s konstantno velikostjo hitrosti po znani trasi v vodoravni ravnini in katerega vzdolžna os bi bila v vsakem trenutku usmerjena v smeri, ki je glede na trenutno tangento na os trase nagnjena za kot $\pi/8$ (glejte skico).

Model: Gibanje poteka v ravnini (x,y) . Smer z je pravokotna na ravnino gibanja. Vozilo je togo telo približno v obliki kvadra. Glavni težiščni vztrajnostni moment vozila glede na os, pravokotno na ravnino gibanja, je J_T . Velikost hitrosti težišča je konstantna, $v_T = konst.$ (pozor: konstantna je velikost hitrosti in ne vektor hitrosti!). Vzdolžna os vozila je med gibanjem usmerjena vzdolž smeri, ki je za kot $\pi/8$ nagnjen glede na tangento na traso, kar pomeni, da je zasuk (φ) vozila okrog navpične osi enak vsoti naklonskega kota tangente na traso in kota $\pi/8$.

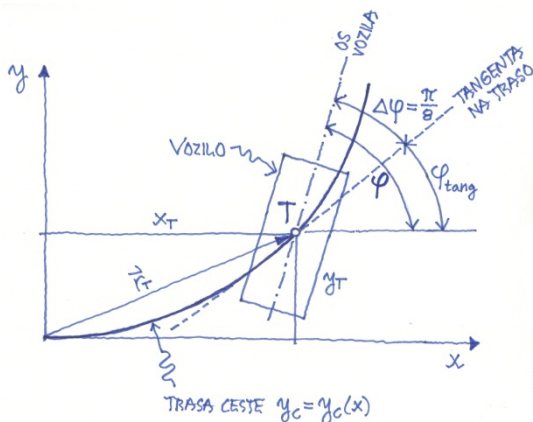
Opozorilo: Zanimata nas samo celotni rezultanti sil in momentov in ne tudi posamezne sile po izvoru! Iz matematike vemo: tangens naklonskega kota tangente na krivuljo je enak odvodu po x .

Podatki:

- Masa vozila: m ; težiščni mehanski vztrajnostni moment glede na os z je J_T .
- Velikost težiščne konstantne hitrosti, $v_T = v_0 = konst.$; funkcijska oblika trase: $y_c(x_T) = 0.5 x_c^2$.
- Začetni pogoji.

Vprašanja:

- Zapišite absolutni krajevni vektor težišča r_T glede na začetek (O) nepomičnega kartezičnega koordinatnega sistema. Zapišite pripadajoča vektorja hitrosti in pospeška.
- Določite naslednje vezne enačbe med kartezičnimi koordinatami vozlišč težišča: (1) ki jih zahteva oblika trase; (2) zahtevek, da je velikost težiščne hitrosti konstantna, in (3) zahtevek, da je vozilo med gibanjem zasukano za kot $\pi/8$ glede na smer tangente na traso. Ti pogoji določajo vezi med neznanimi koordinatami.
- Zapišite izrek o gibanju težišča telesa glede na koordinatni sistem (x,y) .
- Pozor! Zanimata nas samo rezultantna sila in moment, ne pa tudi posamezne sile po izvoru. To upoštevajte pri pisanju izrekov.
- Zapišite izrek o vrtilni količini glede na težišče telesa za smer z . Mehanski vztrajnostni moment telesa okrog osi z glede na težišče je znan (J_T).
- Zapišite vse enačbe (izreki in vezi). Napišite seznam neznank. Preverite ujemanje števila enačb in neznank.
- Klasificirajte dobljene enačbe in zapišite začetne pogoje.



VÓZILO SE GIBLJE V VODORAVNI RAVNINI!