

Pisni izpit iz MEHANIKE TRDNIH TELES

7. junij 2005

1. V točki T homogenega, izotropnega, elastičnega telesa poznamo glavni normalni napetosti σ_{11} in σ_{22} in pripadajoči normali ravnini $\vec{e}_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{e}_x + \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{e}_y$ in $\vec{e}_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{e}_x - \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{e}_y$, delovanja teh napetosti. Prav tako poznamo napetostni vektor $\vec{\sigma}_n = p \vec{e}_z$ v točki T , ki deluje v ravnini z normalo $\vec{e}_n = \vec{e}_z$.

- Izračunaj komponente tenzorja napetosti σ_{ij} v točki T v kartezičnem koordinatnem sistemu \vec{e}_x, \vec{e}_y in \vec{e}_z .
- Izračunaj komponente tenzorja majhnih deformacij ϵ_{ij} v točki T v kartezičnem koordinatnem sistemu \vec{e}_x, \vec{e}_y in \vec{e}_z .
- Izračunaj specifično spremembo volumna ϵ_V v točki T .

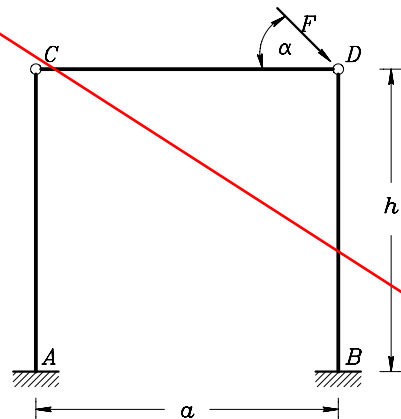
Podatki: $\sigma_{11} = 5 \text{ MPa}$, $\sigma_{22} = 5 \text{ MPa}$, $p = 10 \text{ MPa}$, $E = 200000 \text{ MPa}$, $\nu = 0.3$.

2. Kot rešitev mehanskega problema ravninskega telesa po metodi napetosti smo dobili majhne deformacije ϵ_{ij} kot funkcije telesnih koordinat x in z . Vse točke telesa se premikajo le v ravnini (x, z) . Razen tega je v točkah $T_0(0, 0, 0)$ in $T_1(0, 0, 10)$ preprečen pomik v smeri x , v točki $T_2(10, 0, 0)$ pa je preprečen pomik v smeri z . Določi pomika u_x in u_z ter zasuk ω_y kot funkcije koordinat (x, z) . Določi vrednost zasukov ω_y v obeh podporah, pomik u_x v točki T_1 , ter vrednosti obeh pomikov in zasuka ω_y v točki $T(5, 0, 0.5)$. Dolžine so podane v m.

$$\begin{aligned}\epsilon_{xx} &= 2x \cdot 10^{-5}, \\ \epsilon_{zz} &= -3z^2 \cdot 10^{-5}, \\ \epsilon_{zx} &= \epsilon_{xz} = \left(\frac{3x^2}{2} - z \right) \cdot 10^{-5}, \\ \epsilon_{yy} &= \epsilon_{xy} = \epsilon_{zy} = 0.\end{aligned}$$

3. Ravninski okvir na sliki je obtežen s točkovno silo F . Z metodo upogibnice ali uporabo tabel določi notranje sile, nariši diagrame notranjih sil in določi pomik točke C . Namig: Silo razstavi na komponenti in obravnavaj vsako komponento posebej.

Podatki: $F = 2 \text{ kN}$, $a = 4 \text{ m}$, $\alpha = 45^\circ$, $h = 4 \text{ m}$, $A_x = 200 \text{ cm}^2$, $I_y = 5000 \text{ cm}^4$, $E = 2 \cdot 10^4 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$.



Pisni izpit iz MEHANIKE TRDNIH TELES

7. junij 2005 - namigi in rešitve

1. Ker je ravnina z normalo $\vec{e}_z = \vec{e}_3$ ravnina v kateri je prisotna normalna napetost $\sigma_{33} = p$, poznamo komponente tenzorja napetosti v glavnem koordinatnem sistemu \vec{e}_1, \vec{e}_2 in \vec{e}_3

$$[\sigma_{\alpha\beta}] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}.$$

Z uporabo osnosimetričnega stanja ali z uporabo enačbe $[\sigma_{ij}] = [T] \cdot [\sigma_{\alpha\beta}] \cdot [T]^T$, kjer smo s $[T]$ označili transformacijsko matriko izračunamo

$$[\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}.$$

Komponente tenzorjev napetosti so v MPa. Do istega rezultata lahko pridemo tudi po drugačnih poteh. Komponente tenzorja majhnih deformacij dobimo direktno iz enačbe

$$\epsilon_{ij} = \frac{(1+\nu)}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} I_1^\sigma \delta_{ij}$$

Dobimo

$$[\epsilon_{ij}] = \begin{bmatrix} 0.000025 & 0 & 0 \\ 0 & 0.000025 & 0 \\ 0 & 0 & 0.00035 \end{bmatrix}.$$

Volumska deformacija $\epsilon_V = \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz} = 0.0004$.

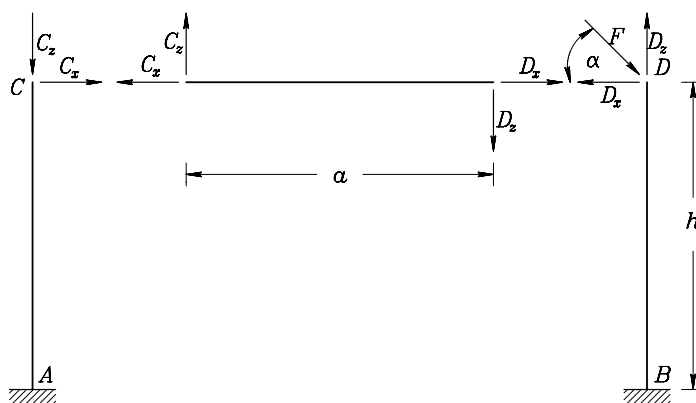
Vprašanja: Zakaj je ravnina z normalo $\vec{e}_z = \vec{e}_3$ ravnina, v kateri je prisotna tretja glavna normalna napetost? Zakaj je tretja glavna normalna napetost enaka p ? Kako si pri izračunu lahko pomagamo z osnosimetričnim stanjem? Kako se glasi transformacijska matrika $[T]$?

2. Za postopek glej učbenik iz mehanike trdnih teles, zgled 2.9 ali vaje. Rešitve se glasijo

$$\begin{aligned} \omega_y &= \left(10 - \frac{3x^2}{2} - z\right) \cdot 10^{-5}, \\ u_x &= (x^2 + 10z - z^2) \cdot 10^{-5}, \\ u_z &= (-900 - 10x + x^3 - z^3) \cdot 10^{-5}. \end{aligned}$$

Pomiki so v m. Preveri ali rešitve zadoščajo kinematičnim enačbam in robnim pogojem v nalogi.

3. Konstrukcijo razrežemo kot prikazuje slika.



Najprej napišemo ravnotežne enačbe. Dobimo $C_z = D_z = 0$, $C_x = D_x = N$, kjer smo z N označili neznano osno silo v palici CD . Osno silo N lahko izračunamo iz pogoja, da bo horizontalni pomik vozlišča D enak horizontalnemu pomiku vozlišča C in raztezku palice CD . Z uporabo tabel dobimo

$$u_x(D) = \left(F \frac{\sqrt{2}}{2} - N \right) \frac{h^3}{3EI_y} = N \frac{h^3}{3EI_y} + N \frac{a}{EA_x}.$$

Od tu izračunamo $N = 0.7069$ kN, $u_x(C) = 0.1508$ cm, $u_z(C) = 0$.