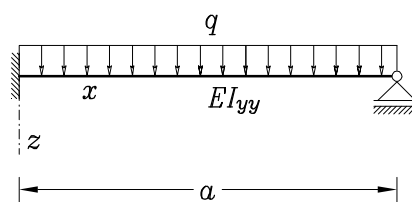


8. VAJA IZ TRDNOSTI

(izrek o virtualnem delu, izrek o dopolnilnem virtualnem delu)

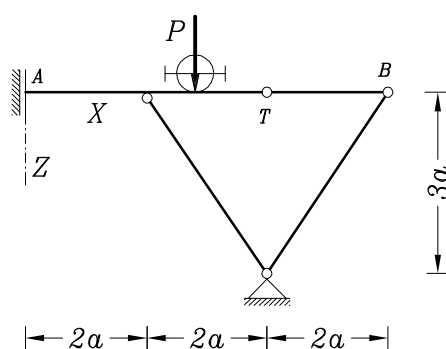
NALOGA 1: S principom o virtualnem delu, $\delta W = \delta D$, izpelji robni problem (ravnotežno enačbo s pripadajočimi robnimi pogoji) za prikazani nosilec in ga tudi reši.



Podatki: q, a, EI_{yy}

Rešitev: $w(\xi) = \frac{qa^4}{48EI_{yy}} \xi^2(2\xi - 3)(\xi - 1), \quad 0 \leq \xi \leq 1$

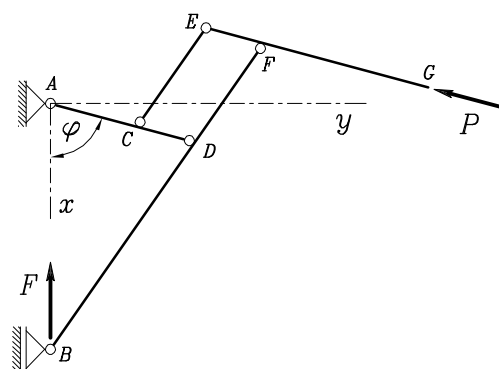
NALOGA 2: Izračunaj vplivnico η za vpetostni moment v točki A, $M_Y(A) = P\eta$, če pomična obtežba P učinkuje vzdolž \overline{AB} . Iz vplivnice izračunaj tudi vrednost vpetostnega momenta $M_Y(A)$, pri velikosti sile $P = 24 \text{ kN}$ v točki T.



Podatki: $a = 1 \text{ m}$

Rešitev: $\eta(x) = \begin{cases} 2a - x, & x \in \overline{AT} \\ x - 6a, & x \in \overline{TB} \end{cases}$

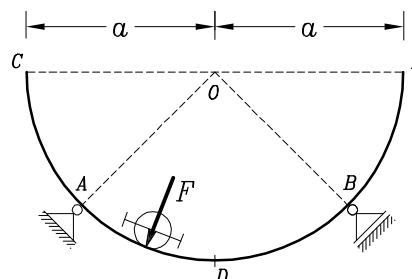
NALOGA 3: S principom o virtualnem delu izpelji ravnotežno enačbo prikazanega sistema togih teles AD, BF, CE, in EG. Sila P učinkuje v smeri palice EG (slediščna, nekonservativna sila).



Podatki: $F, P, a = \overline{BD} > \overline{AD}, b = \overline{BF}, \overline{DF} = \overline{CE}$

Rešitev: $aF - (b - a)P \cos \varphi = 0$

NALOGA 4: Izračunaj vplivnice za reakcijo v točki B, $B = F\eta_B$, ter notranje sile N_t, N_n in M_b v temenu D za prikazani polkrožni nosilec polmera a , če pomična obtežba učinkuje na notranji strani nosilca. Iz vplivnice izračunaj vrednost reakcije v točki B pri velikosti sile $F = 30\sqrt{2} \text{ kN}$ v točki C.

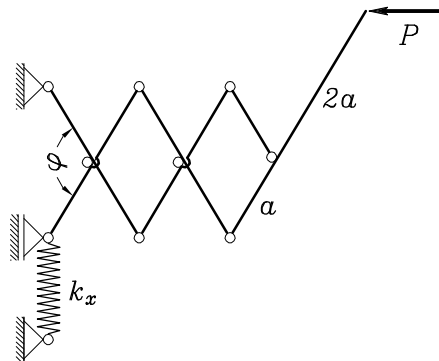


Podatki: $a, F, \angle COA = \angle EOB = 45^\circ$

Rešitev: $\eta_B(\varphi) = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sin \varphi - \cos \varphi)$, $0 \leq \varphi \leq \pi$; $B = -30 \text{ kN}$;

$$\eta_D(\varphi) = \begin{cases} \frac{a}{2}(\sin \varphi - \cos \varphi), & \varphi \in [0, \frac{\pi}{2}] \\ \frac{a}{2}(\sin \varphi + \cos \varphi), & \varphi \in (\frac{\pi}{2}, \pi] \end{cases}$$

NALOGA 5: Naprava za raziskovanje lunine površine na vesoljskem vozilu je sestavljena iz vzmetne risarske priprave in detektorske glave. S principom o virtualnem delu izpelji ravnotežno enačbo in izračunaj togost vzmeti k_x , da bo pri φ_1 kontaktna sila enaka P . Težo togih ročic in glave zanemari. Vzmet je nedeformirana pri kotu φ_0 .



Podatki: $P = 20 \text{ N}$, $\varphi_0 = 30^\circ$, $\varphi_1 = 120^\circ$, $a = 12 \text{ cm}$

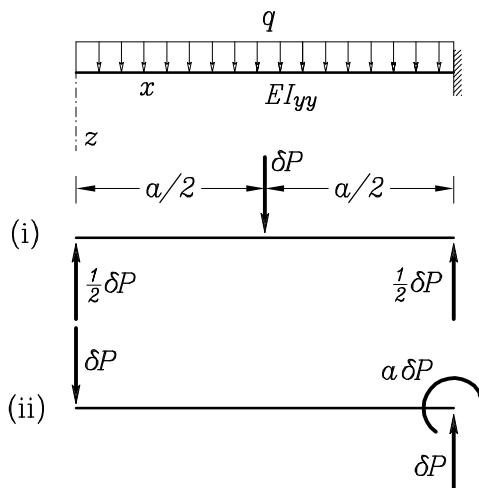
Rešitev: $7P \sin \frac{\varphi}{2} - 4ak_x(\sin \frac{\varphi}{2} - \sin \frac{\varphi_0}{2}) \cos \frac{\varphi}{2} = 0$, $k_x = 8.32 \text{ N/cm}$

NALOGA 6: Izpelji dopolnilno virtualno delo δD^* notranjih sil N_x , M_y in M_z ravnega nosilca dolžine a za Hookeov konstitucijski zakon. Pri izpeljavi upoštevaj glavni koordinatni sistem v središču prečnega prereza.

Podatki: N_x , M_y , M_z , a , E , \mathcal{A}_x

Rešitev: $\delta D^* = \int_0^a \left(\frac{N_x \delta N_x}{EA_x} + \frac{M_y \delta M_y}{EI_{yy}} + \frac{M_z \delta M_z}{EI_{zz}} \right) dx$

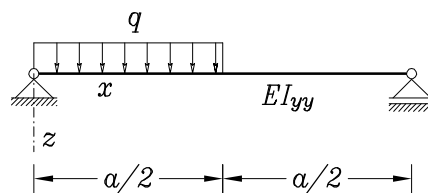
NALOGA 7: Konzola dolžine a je obremenjena z enakomerno zvezno obtežbo q . S principom o dopolnilnem virtualnem delu, $\delta W^* = \delta D^*$, izpelji kinematični enačbi za prikazani statično dopustni virtualni obtečbi.



Podatki: EI_{yy} , q , a

Rešitev: (i) $-\frac{1}{2}w(0) + w(\frac{a}{2}) + \frac{7qa^4}{384EI_{yy}} = 0$; (ii) $w(0) - \frac{qa^4}{8EI_{yy}} = 0$

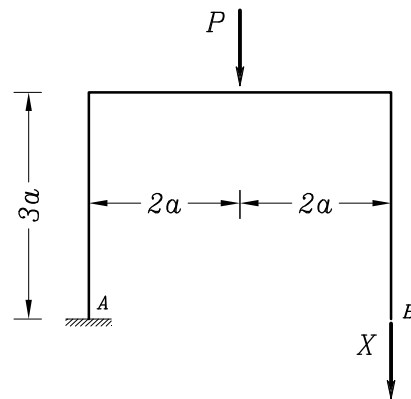
NALOGA 8: Prostoležeči nosilec dolžine a je obremenjen s konstantno obtežbo q , kot kaže slika. Izračunaj pomik in zasuk na sredini nosilca.



Podatki: EI_{yy} , q , a

Rešitev: $w(\frac{a}{2}) = \frac{5qa^4}{768EI_{yy}}$, $\varphi(\frac{a}{2}) = \frac{5qa^3}{384EI_{yy}}$

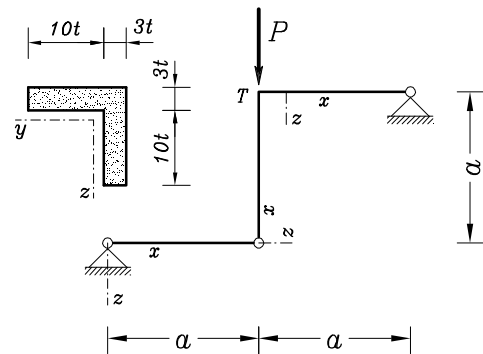
NALOGA 9: Določi silo X tako, da bo navpični pomik v točki B enak $u_Z(B)$.



Podatki: $a = 1 \text{ m}$, $EI_{yy} = 6400 \text{ kNm}^2$, $P = 4 \text{ kN}$, $u_Z(B) = 3 \text{ cm}$

Rešitev: $X = \frac{1}{208} \left(3 \frac{EI_{yy}}{a^3} u_Z(B) - 92P \right) = 1 \text{ kN}$

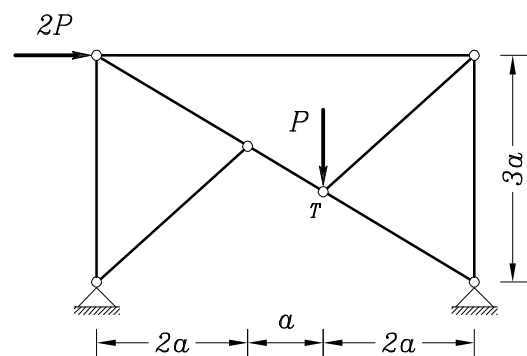
NALOGA 10: Izračunaj navpični pomik v točki T . Upoštevaj tudi vpliv osnih sil na deformiranje.



Podatki: $t = 1 \text{ cm}$, $a = 2 \text{ m}$, $E = 20000 \text{ kN/cm}^2$, $P = 10 \text{ kN}$

Rešitev: $u_Z(T) = \frac{2Pa}{EA_x} + \frac{Pa^3}{3EI_{\eta\eta}} + \frac{Pa^3}{3EI_{\zeta\zeta}} = 3.864 \text{ cm}$

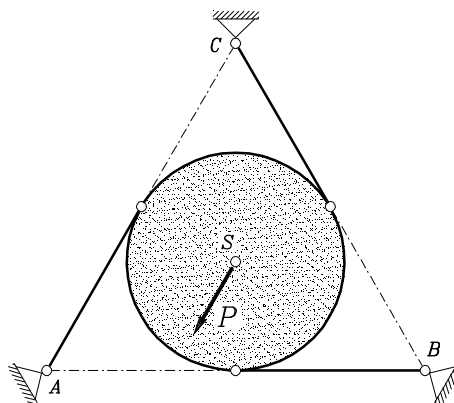
NALOGA 11: Izračunaj vektor pomika v točki T . Vse palice so enake. Nalogo reši tudi s togostnimi matrikami, $[K] \cdot U = F$ (glej mehaniko trdnih teles).



Podatki: a, P, EA_p

Rešitev: $u(T) = \frac{aP}{EA_p} (6.178 e_x + 0.277 e_z), u|_{\delta P=1} = \sum_{i=1}^{n_{el}} \ell_i \frac{N_i \bar{N}_i}{E_i A_i}$

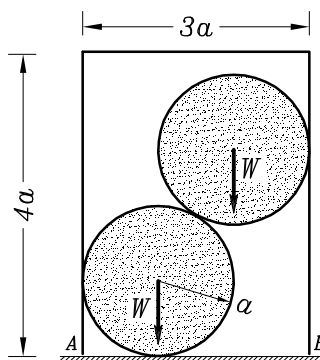
NALOGA 12: Izračunaj vektor pomika v središču toge okrogle plošče, ki je podprta s tremi palicami, kot kaže slika. Plošča je obremenjena s silo P , ki je vzporedna s stranico $a = \overline{AC}$ enakokrničnega trikotnika $\triangle ABC$. Za koliko se zavrti toga plošča?



Podatki: P, a, EA_p

Rešitev: $u(S) = \left(-\frac{aP}{6EA_p}, \frac{aP\sqrt{3}}{6EA_p}\right), \varphi_Y = 0$

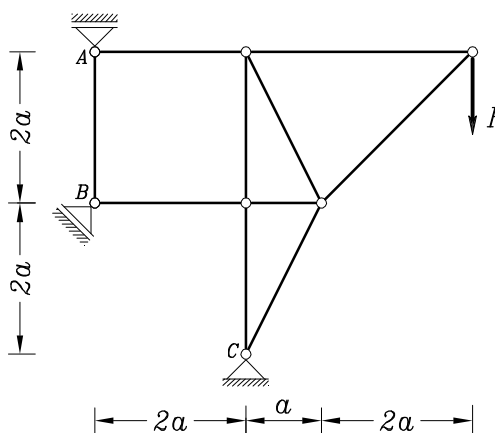
NALOGA 13: Togi okrogli plošči teže W in polmera a sta pokriti z okvirom, kot kaže slika. Trenje med ploščama in okvirom ter med okvirom in podlago zanemarimo. Za koliko se točki A, B razmakneta, ko plošči pokrijemo?



Podatki: a, W, EI_{yy}

Rešitev: $\Delta = \frac{129-26\sqrt{3}}{2EI_{yy}} a^3 W$

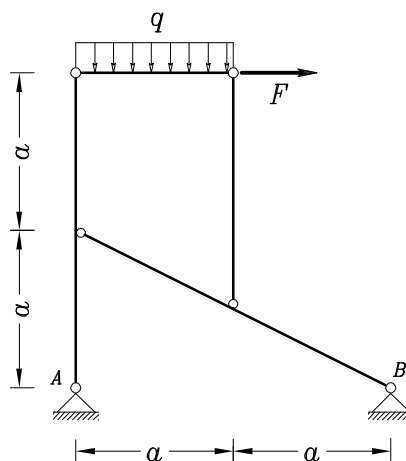
NALOGA 14: Za prikazano ravninsko paličje izračunaj zdrs v pomičnih podporah glede na podlago. Vse palice so enake.



Podatki: a, F, EA_p

Rešitev: $u_X(A) = \frac{31+12.5\sqrt{2}}{EA_p} aF$, $u_B = \frac{3\sqrt{2}}{EA_p} aF$

NALOGA 15: Za prikazani ravninski okvir izračunaj pomik na mestu in v smeri sile F . Upoštevaj tudi vpliv osnih sil na deformiranje.

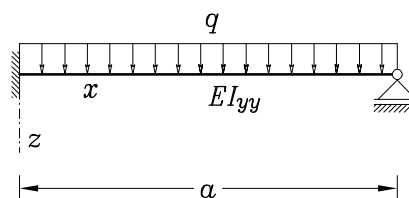


Podatki: $a, F, q = \frac{F}{a}, EI_{yy}, EA_x$

Rešitev: $u_F = 5 \frac{1+3\sqrt{5}}{4EA_x} aF + \frac{2}{3EI_{yy}} a^3 F$

$$u|_{\delta P=1} = \sum_{i=1}^{n_{el}} \int_0^{\ell_i} \left(\frac{N_x \bar{N}_x}{EA_x} + \frac{M_y \bar{M}_y}{EI_{yy}} + \frac{M_z \bar{M}_z}{EI_{zz}} \right) dx$$

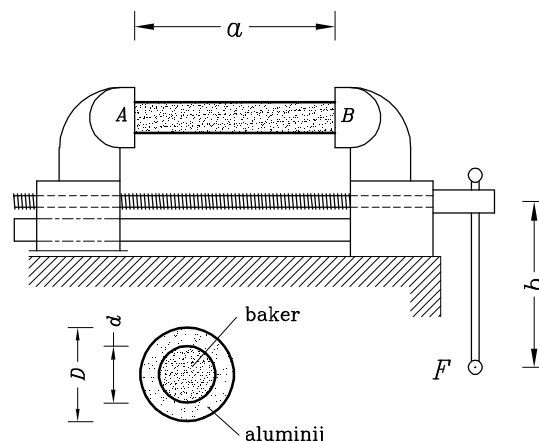
NALOGA 16: Izračunaj reakcije in notranje sile N_x, N_z in M_y za prikazani nosilec. Nalogo reši z: (i) enačbo upogibnice, (ii) metodo razreza (glej mehaniko trdnih teles) in (iii) s principom o dopolnilnem virtualnem delu. Primerjaj metode!



Podatki: a, q, EI_{yy}

Rešitev: $A_x = 0, A_z = -\frac{5}{8} qa, M_y^A = \frac{1}{8} qa^2, B_z = -\frac{3}{8} qa, w\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{qa^4}{192EI_{yy}}$

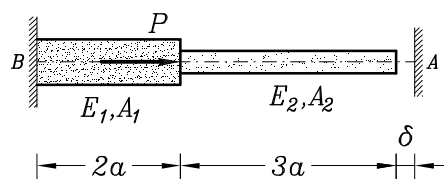
NALOGA 17: Bakrena palica elastičnega modula E_1 , dolžine a in premera d je brez trenja vložena v aluminijsko cev iste dolžine a , elastičnega modula E_2 in zunanega premera D . Tako sestavljena palica je tesno vstavljena v tog primež, kot kaže slika. Izračunaj napetosti in deformacije v palici in cevi, če ročico primeža dolžine b zavrtimo s silo F . Dolžina navojev je e . Za koliko smo ravrteli ročico?



Podatki: $d = 15 \text{ mm}, D = 25 \text{ mm}, a = 300 \text{ mm}, E_1 = 10300 \text{ kN/cm}^2$ (baker), $E_2 = 7000 \text{ kN/cm}^2$ (aluminij), $F = 150 \text{ N}, e = 2.5 \text{ mm}, b = 20 \text{ cm}$

Rešitev: $\sigma_1 = -14.49 \text{ kN/cm}^2$, $\sigma_2 = -9.85 \text{ kN/cm}^2$, $n = 0.169$

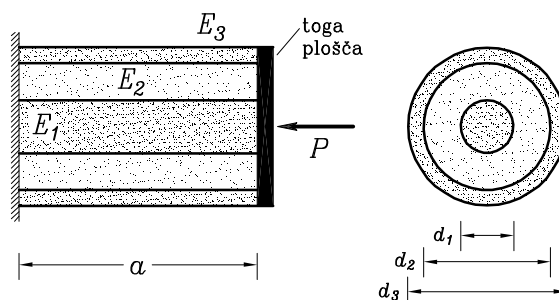
NALOGA 18: Izračunaj napetosti v sestavljeni palici v točkah A in B po deformiranju s silo P .



Podatki: $a = 50 \text{ cm}$, $\delta = 0.05 \text{ mm}$, $P = 200 \text{ kN}$, $A_1 = 150 \text{ cm}^2$, $E_1 = 10000 \text{ kN/cm}^2$ (baker), $A_2 = 50 \text{ cm}^2$, $E_2 = 20000 \text{ kN/cm}^2$ (jeklo)

Rešitev: $\sigma_A = -0.77 \text{ kN/cm}^2$, $\sigma_B = 1.08 \text{ kN/cm}^2$

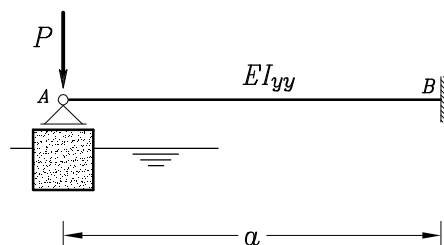
NALOGA 19: Litoželezno palico elastičnega modula E_1 in premera d_1 brez trenja vstavimo v jekleno cev elastičnega modula E_2 in zunanjšega premera d_2 , obe pa brez trenja vstavimo še v aluminijasto cev elastičnega modula E_3 in zunanjšega premera d_3 (glej sliko). Izračunaj napetosti v posameznih palicah zaradi sile P .



Podatki: $d_1 = 5 \text{ cm}$, $d_2 = 11 \text{ cm}$, $d_3 = 17 \text{ cm}$, $E_1 = 12000 \text{ kN/cm}^2$ (lito železo), $E_2 = 20000 \text{ kN/cm}^2$ (jeklo), $E_3 = 7000 \text{ kN/cm}^2$ (aluminij), $P = 400 \text{ kN}$

Rešitev: $\sigma_1 = -1.80 \text{ kN/cm}^2$, $\sigma_2 = -3.00 \text{ kN/cm}^2$, $\sigma_3 = -1.05 \text{ kN/cm}^2$

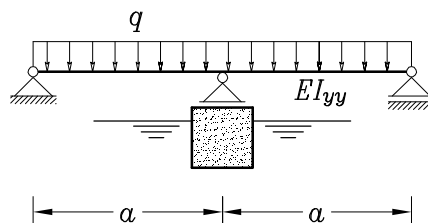
NALOGA 20: Nosilec AB je v točki A podprt s pontonom osnovne ploskve A_0 (plovec). Izračunaj reakcije, notranje sile. Za koliko se potopi ponton?



Podatki: a , P , A_0 , γ , EI_{yy}

Rešitev: $w_A = P \left(\gamma A_0 + 3 \frac{EI_{yy}}{a^3} \right)^{-1}$

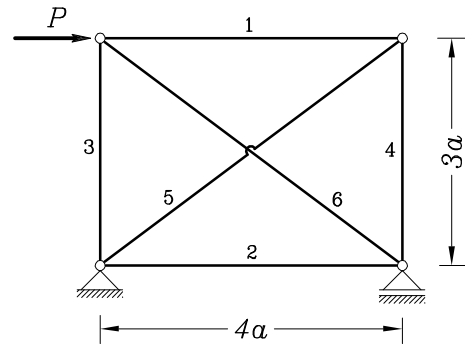
NALOGA 21: Reko širine $2a$ premostimo z montažnim mostom tako, da ga na sredini reke podpremo s pontonom (plovcem) osnovne ploskve A_0 . Za koliko se potopi ponton, če je most obremenjen z obtežbo q ?



Podatki: a , q , A_0 , γ , EI_{yy}

Rešitev: $\Delta = \frac{5}{4}qa \left(\gamma A_0 + 6 \frac{EI_{yy}}{a^3} \right)^{-1}$

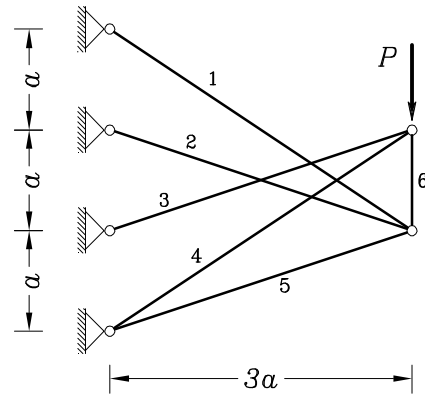
NALOGA 22: Za prikazano paličje izračunaj osne sile N_x in pomik u_P na mestu in v smeri sile P . Vse palice so enake.



Podatki: a, P, EA_p

Rešitev: $N_1 = -\frac{1}{2}P, u_P = \frac{27aP}{4EA_p}$

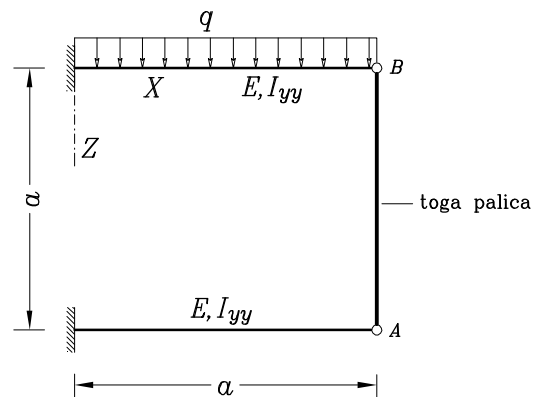
NALOGA 23: Za prikazano paličje izračunaj osne sile N_x in pomik u_P na mestu in v smeri sile P . Vse palice so enake.



Podatki: a, P, EA_p

Rešitev: $N_1 = 0.8135P, u_P = 7.970 \frac{aP}{EA_p}$

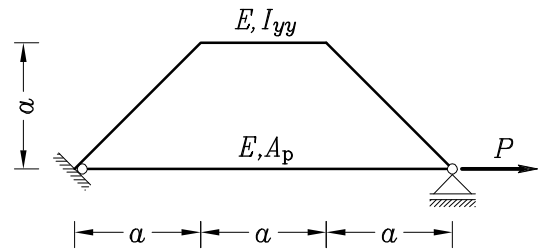
NALOGA 24: Za prikazani ravninski okvir izračunaj reakcije in notranje sile N_x, N_z in M_y ter navpični pomik v točki A.



Podatki: a, q, EI_{yy}

Rešitev: $N_p = -\frac{3}{16}qa$, $w_A = \frac{qa^4}{16EI_{yy}}$

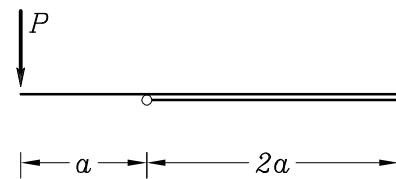
NALOGA 25: Za prikazani ravninski okvir izračunaj reakcije in notranje sile N_x , N_z in M_y ter pomik u_P na mestu in v smeri sile P .



Podatki: $a, P, E, a^2A_p = 75I_{yy}$

Rešitev: $N_p = 0.9539P$, $u_P = 0.0382\frac{a^3P}{EI_{yy}}$

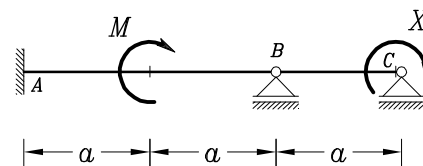
NALOGA 26: Za prikazani ravninski okvir izračunaj reakcije in notranje sile N_x , N_z in M_y ter pomik na mestu in v smeri sile P .



Podatki: a, P, EI_{yy}

Rešitev: $u_P = \frac{59a^3P}{12EI_{yy}}$

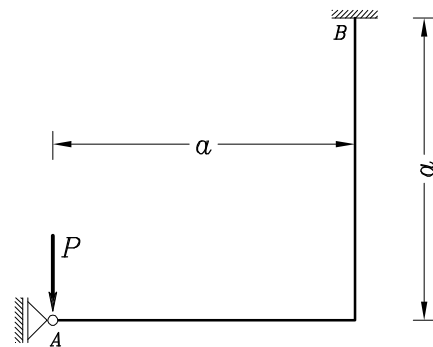
NALOGA 27: Določi moment X tako, da bo funkcija zasukov φ zvezna po celotni dolžini prikazanega kontinuirnega nosilca. Izračunaj tudi reakcije in nariši diagrame notranjih sil.



Podatki: a, M, EI_{yy}

Rešitev: $X = \frac{3}{4}M$, $B_Z = \frac{3M}{16a}$

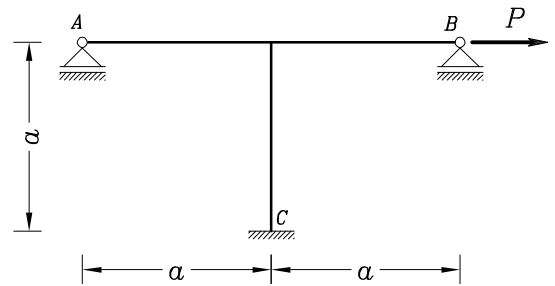
NALOGA 28: Določi silo P tako, da bo vertikalni pomik v točki A enak δ . Izračunaj tudi reakcije in nariši diagrame notranjih sil.



Podatki: a, EI_{yy}, δ

Rešitev: $P = \delta \frac{12EI_{yy}}{7a^3}, A_X = -\frac{3}{2}P$

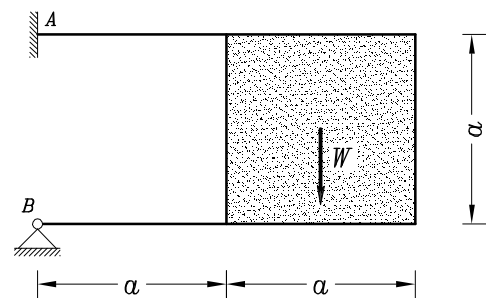
NALOGA 29: Za prikazani ravninski okvir izračunaj reakcije in notranje sile N_x, N_z in M_y ter pomik u_P na mestu in v smeri sile P . Upoštevaj tudi vpliv osnih sil na deformiranje.



Podatki: $a, P, E, a^2 A_x = 30I_{yy}$

Rešitev: $A_Z = \frac{3}{14}P, u_P = \frac{16a^3 P}{105EI_{yy}}$

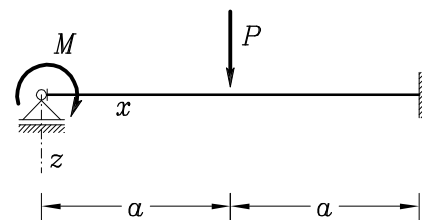
NALOGA 30: Homogena toga plošča teže W je pritrjena na dva vodoravna nosilca, kot kaže slika. Izračunaj reakcije, notranje sile v nosilcih in zasuk toge plošče. Upoštevaj tudi vpliv osnih sil na deformiranje.



Podatki: $a, W, E, a^2 A_x = 160I_{yy}$

Rešitev: $B_X = \frac{55}{51}W, B_Z = -\frac{25}{136}W, \varphi = -\frac{11a^2 W}{816EI_{yy}}$

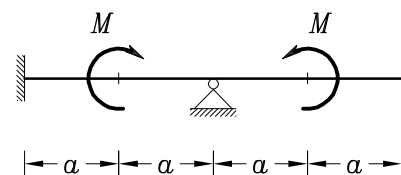
NALOGA 31: Določi silo P in moment M tako, da bo zasuk $\varphi(0) = 0$ in pomik $w(a) = \delta$. Izračunaj reakcije in nariši diagrame notranjih sil.



Podatki: a, δ, EI_{yy}

Rešitev: $P = \delta \frac{24EI_{yy}}{a^3}, M = -\delta \frac{6EI_{yy}}{a^2}$

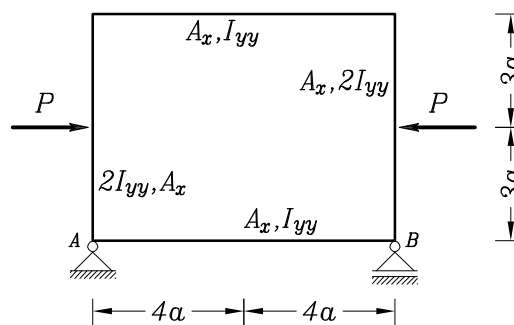
NALOGA 32: Za prikazani kontinuirni nosilec izračunaj reakcije in notranje sile N_x, N_z in M_y ter zasuk na mestu in v smeri enega od momentov M . Pri izračunu upoštevaj simetrijo konstrukcije.



Podatki: a, M, EI_{yy}

Rešitev: $\varphi_M = -\frac{aM}{8EI_{yy}}$

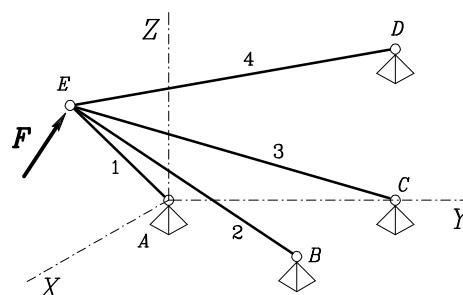
NALOGA 33: Za prikazani ravninski okvir izračunaj reakcije in notranje sile N_x , N_z in M_y ter pomik v točki B . Pri izračunu upoštevaj simetrijo konstrukcije in vpliv osnih sil na deformiranje.



Podatki: a, P, EA_x, EI_{yy}

Rešitev: $u_X(B) = -\frac{4aP}{EA_x}$

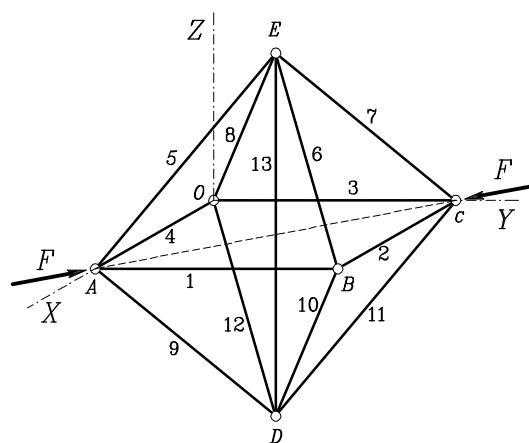
NALOGA 34: Izračunaj notranje sile in vektor pomika v prostem vozlišču E za prikazano prostorsko paličje. Vse palice so enake.



Podatki: $a, EA_p, \mathbf{F} = F\sqrt{2}(0.3, 0.4, 0.5), A(0, 0, 0), B(3a, 4a, 0), C(0, 4a, 0), D(0, 4a, 4a), E(3a, 0, 4a)$

Rešitev: $N_4 = -0.469F, \mathbf{u}_E = \frac{aF}{EA_p}(4.483, 6.296, 3.649)$

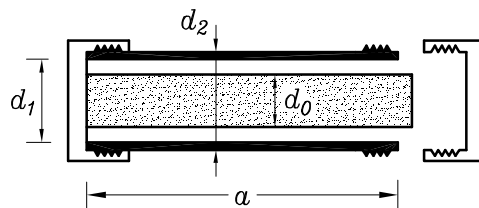
NALOGA 35: Izračunaj notranje sile za prikazano prostorsko paličje v obliki pravičnega oktaedra s stranico a . Sili F ležita na smernici AC . Za koliko se razdalja med točkama A in C spremeni po deformiranju? Vse palice so enake.



Podatki: a, F, EA_p

Rešitev: $N_{13} = -(6 - 4\sqrt{2})F$, $\Delta = -4\frac{\sqrt{2}-1}{EA_p} aF$

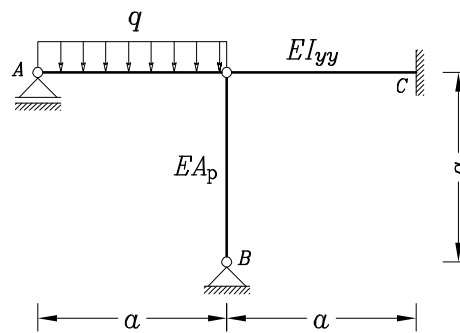
NALOGA 36: Alumijska cev dolžine a , elastičnega modula E_2 , zunanega premera d_2 in notranjega premera d_1 ima na obeh straneh vrezane navoje širine e . Na enem koncu cev zapremo z vijakom, v cev pa vložimo bakreno palico premera d_0 in elastičnega modula E_1 , ki je nekoliko daljša od cevi. Cev zapremo še z drugim vijakom. Ko vijak privijemo do cevi, ga zavrtimo še za n obratov. Določi notranji sili in raztezka v palicah.



Podatki: $a = 25\text{ cm}$, $d_0 = 25\text{ mm}$, $d_1 = 28\text{ mm}$, $d_2 = 36\text{ mm}$, $e = 1.5\text{ mm}$, $E_1 = 105000\text{ kN/cm}^2$ (baker), $E_2 = 7000\text{ kN/cm}^2$ (aluminij), $n = \frac{1}{4}$

Rešitev: $\sigma_1 = -5.56\text{ kN/cm}^2$, $\sigma_2 = 6.79\text{ kN/cm}^2$

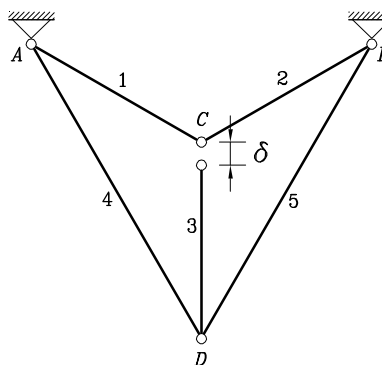
NALOGA 37: Zaradi posedanja temeljnih tal se podpora B premakne v navpični smeri za δ . Izračunaj reakcije in nariši diagrame notranjih sil. Upoštevaj tudi vpliv osnih sil na deformiranje.



Podatki: $a, q, \delta, E, a^2 A_p = \alpha I_{yy}$

Rešitev: $M_C^Y = -\frac{3}{2} \frac{qa^2 + 2\delta EA_p}{3 + \alpha}$

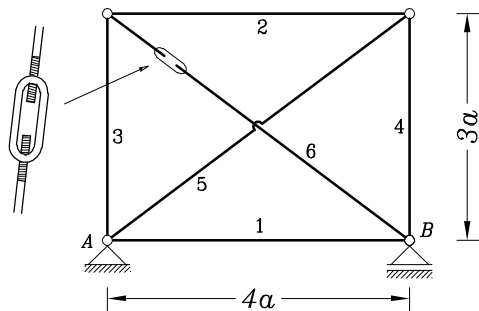
NALOGA 38: Naj bo $\triangle ABD$ enakostraničen trikotnik in stranica $\overline{AC} = \overline{BC} = \overline{CD}$. Pri montaži so ugotovili, da je palica CD za δ prekratka od prvotne dolžine a . Paličje so vseeno sestavili tako, da so palico CD elastično raztegnili. Izračunaj osne sile po montaži.



Podatki: a, δ, EA_p

Rešitev: $N_3 = \frac{\sqrt{3}}{2+3\sqrt{3}} \frac{\delta EA_p}{a}$

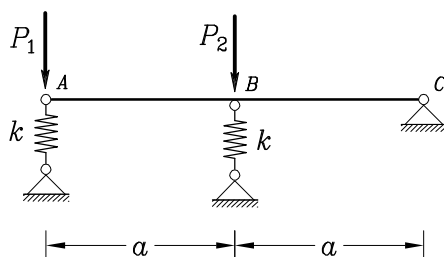
NALOGA 39: Zaradi pomanjkanja materiala so pri montaži prikazanega paličja diagonalo (palica 6) sestavili iz dveh kosov, ki so jih tesno privijačili z natezno vezno spono. Dolžina navoja v sponi je e . Izračunaj osne sile v palicah, če spono privijemo za n obratov.



Podatki: a, EA_p, e, n

Rešitev: $N_6 = \frac{25en}{432a} EA_p$

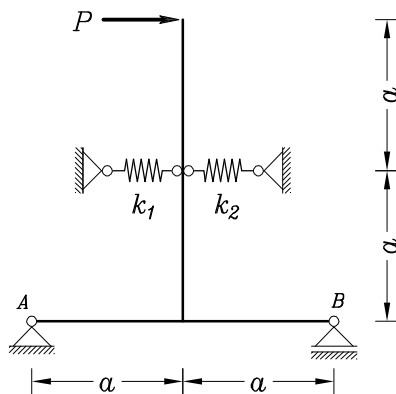
NALOGA 40: Določi sili P_1 in P_2 tako, da bosta $w(0) = w_1$ in $w(a) = w_2$ pri togosti vzmeti k . Količinski sta sili v limiti $k \rightarrow 0$. Pokaži, da je upogibni moment v točki B neodvisen od togosti vzmeti.



Podatki: $a, a^3k = \alpha EI_{yy}, w_1 = -w_2 = \delta$

Rešitev: $P_1 = k\delta \frac{2\alpha+9}{2\alpha}, P_2 = -k\delta \frac{\alpha+9}{\alpha}$

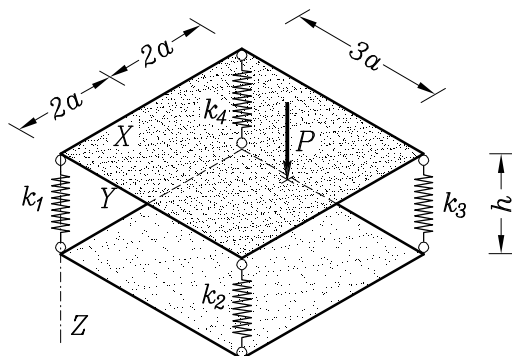
NALOGA 41: Za prikazani ravninski okvir izračunaj reakcije in nariši diagrame notranjih sil ter pomik na mestu in v smeri sile P . Vzmeti nadomesti z eno samo vzmetjo ustrezne togosti.



Podatki: $a, P, EI_{yy}, k_1 = 57.6 \frac{EI_{yy}}{a^3}, k_2 = 2k_1$

Rešitev: $B_Z = \frac{571}{437} P, u_P = \frac{842}{1311} \frac{a^3 P}{EI_{yy}}$

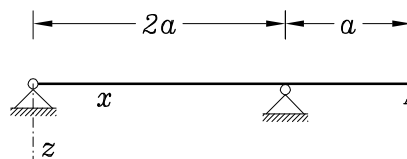
NALOGA 42: Improvizirano talno stikalo je narejeno iz dveh vzporednih togih kvadratnih desk s stranico $4a$ in štirih različnih vzmeti, kot kaže slika. Zgornja plošča se lahko giblje le v smeri osi Z. Stikalo se sproži pri dotiku obeh plošč. Določi silo P pri sprožitvi.



Podatki: $h = 3 \text{ cm}$, $k_1 = 10 \text{ N/cm}$, $k_2 = 300 \text{ N/cm}$, $k_3 = 700 \text{ N/cm}$, $k_4 = 150 \text{ N/cm}$

Rešitev: $P = 1123.2 \text{ N}$

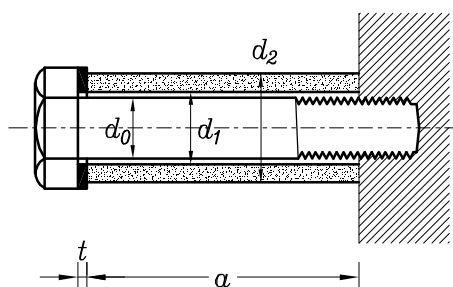
NALOGA 43: Kolikšno mora biti temperaturno polje $\Delta T(z) = A + Bz$ vzdolž prečnega prereza, da bo pomik točke A enak u_A ?



Podatki: a , α_T , $u_A = (u_A, w_A)$

Rešitev: $A = \frac{u_A}{a\alpha_T}$, $B = -\frac{2w_A}{3a^2\alpha_T}$

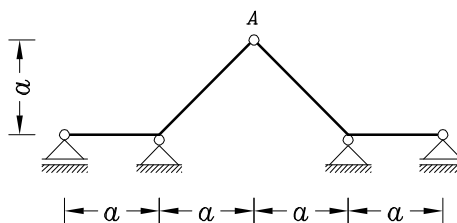
NALOGA 44: Jekleni vijak premera d_0 , ki ima n navojev na 1 cm dolžine, vstavimo z jekleno podložko debeline t v aluminijevo cev notranjega premera d_1 in zunanega premera d_2 , kot kaže slika. Pri temperaturi T_0 vijak z momentnim ključem tesno privijemo do cevi, nato pa ga zategnemo če za k obratov. Določi napetosti in pripadajoče deformacije v jeklenem vijaku in podložki ter v aluminijevi cevi, če temperaturo dvignemo na T_1 .



Podatki: $a = 100 \text{ mm}$, $t = 2 \text{ mm}$, $d_0 = 13 \text{ mm}$, $n = 16$, $k = \frac{1}{4}$, $d_1 = 14 \text{ mm}$, $E_j = 20000 \text{ kN/cm}^2$, $\alpha_j = 12 \cdot 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ (jeklo), $d_2 = 17 \text{ mm}$, $E_a = 7500 \text{ kN/cm}^2$, $\alpha_a = 23 \cdot 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ (aluminij), $T_0 = 25 ^\circ\text{C}$, $T_1 = 65 ^\circ\text{C}$

Rešitev: $\sigma_j = 15.05 \text{ kN/cm}^2$, $\sigma_a = -27.34 \text{ kN/cm}^2$

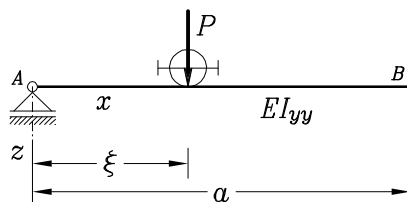
NALOGA 45: Za prikazani ravninski okvir izračunaj reakcije in nariši diagrame notranjih sil, če ga enakomerno segreje za ΔT . Kolikšen je pomik v točki A? Upoštevaj tudi vpliv osnih sil na deformiranje in simetrijo konstrukcije.



Podatki: a , α_T , ΔT , E , $a^2 A_x = \beta I_{yy}$

Rešitev: $u_A = 0$, $w_A = -a\alpha_T\Delta T \frac{4\beta(1+\sqrt{2})}{3\sqrt{2}+2\beta(1+\sqrt{2})}$

NALOGA 46: Izračunaj vplivnice za reakcijo in zasak v točki A ter prečno silo in upogibni moment v točki B. Rezultate razloži tudi z Bettijevim izrekom.



Podatki: a , EI_{yy}

Rešitev:

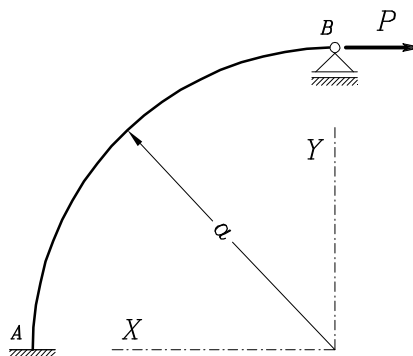
$$\eta_{Az}(\xi) = -\frac{1}{2}\left(1 - \frac{\xi}{a}\right)^2\left(2 + \frac{\xi}{a}\right),$$

$$\eta_\phi(\xi) = -\frac{a^2}{4EI_{yy}} \frac{\xi}{a} \left(1 - \frac{\xi}{a}\right)^2,$$

kjer

$$(0 \leq \xi \leq a).$$

NALOGA 47: Z izrekom o dopolnilnem virtualnem delu določi reakcije in diagrame notranjih sil $\{N_t, N_n, M_b\}$ za prikazano konstrukcijo. Kolikšen je pomik na mestu in v smeri sile P ?



Podatki: a, P, E, I_b

Rešitev: Notranje sile:

$$N_t(\varphi) = P \left(\sin \varphi + \frac{2}{\pi} \cos \varphi \right), N_n(\varphi) = P \left(\cos \varphi - \frac{2}{\pi} \sin \varphi \right), M_b(\varphi) = aP \left(1 - \sin \varphi - \frac{2}{\pi} \cos \varphi \right).$$

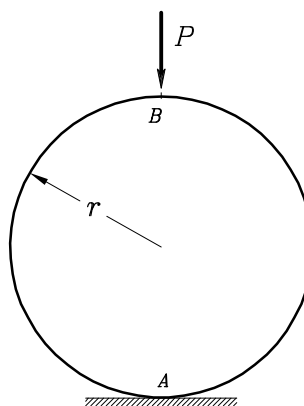
Reakcije:

$$A_x = P, A_y = -\frac{2P}{\pi}, M_z^A = \left(1 - \frac{2}{\pi} \right) aP, B_y = \frac{2P}{\pi}.$$

Pomik na mestu in v smeri sile P :

$$u_P = \left(\frac{3\pi}{4} - 1 - \frac{1}{\pi} \right) \frac{a^3 P}{EI_b} = 0.038 \frac{a^3 P}{EI_b}.$$

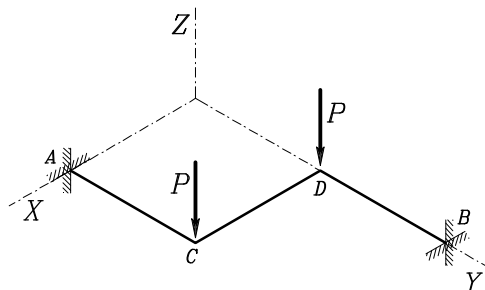
NALOGA 48: Z izrekom o dopolnilnem virtualnem delu določi reakcije in diagrame notranjih sil $\{N_t, N_n, M_b\}$ za prikazano konstrukcijo. Kolikšen je pomik na mestu in v smeri sile P ? Upoštevaj tudi vpliv osnih sil na deformiranje.



Podatki: $r, E, I_b, \beta, I_b = \beta r^2 A_t$

Rešitev: $u_P = \frac{Pr^3}{8EI_b} \left(\pi + \beta - \frac{8}{\pi} \right).$

NALOGA 49: Za prikazano ravninsko mrežo izračunaj reakcije in notranje sile N_z, M_x in M_y . Izračunaj pomik na mestu in v smeri sile P .

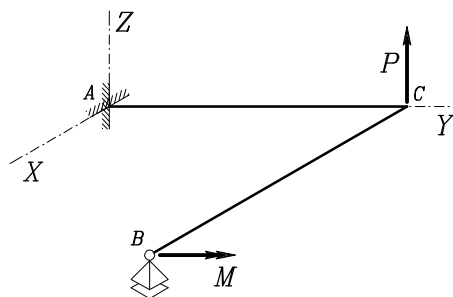


Podatki: $a, P, E, I_{yy}, G, I_{xx}$

Rešitev: $A_Z = -P, M_X^A = 0, M_Y^A = \frac{2}{3} aP.$

$$u_Z(C) = \frac{a^3 P}{6EI_{yy}}.$$

NALOGA 50: Za prikazano ravninsko mrežo izračunaj reakcije in notranje sile N_z , M_x in M_y ter vertikalni pomik v točki C .

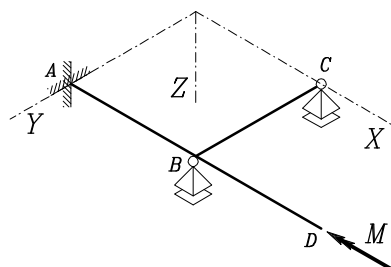


Podatki: $a, P, E, I_{yy}, G, I_{xx}, 1.3GI_{xx} = EI_{yy}$

Rešitev: $A_Z = -\frac{49P}{59} - \frac{54M}{59a}, B_Z = -\frac{10P}{59} + \frac{54M}{59a}, M_X^A = -\frac{49Pa}{59} - \frac{54M}{59}, M_Y^A = -\frac{10Pa}{59} - \frac{5M}{59}.$

$$u_Z(D) = \frac{49a^3 P}{177EI_{yy}} + \frac{18a^2 M}{59EI_{yy}},$$

NALOGA 51: Za prikazano ravninsko mrežo izračunaj reakcije in notranje sile N_z , M_x in M_y ter zasuk v točki D .

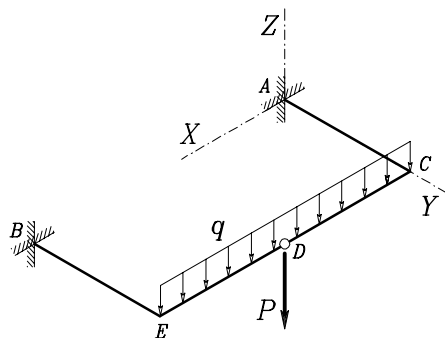


Podatki: $a = 1.6 \text{ m}, E = 20000 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}, M = 160 \text{ kNm}, I_{yy} = 20000 \text{ cm}^4, 0.8EI_{yy} = GI_{xx},$

Rešitev: $A_Z = 0, B_Z = \frac{15M}{19a}, C_Z = -\frac{15M}{19a},$

$$M_X^A = \frac{4M}{19}, M_Y^A = 0, \omega_X(D) = -0.5549^\circ.$$

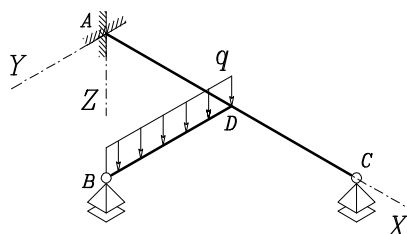
NALOGA 52: Določi pomik v točki D . kako se spremeni ta pomik, če v točki D pomik ni prekinjen s členkom? Določi in skiciraj diagrame notranjih sil N_z , M_x in M_y v obeh primerih.



Podatki: $a, P, E, I_{yy}, G, I_{xx}, EI_{yy} = GI_{xx}$

Rešitev: $u_Z^1(D) = \frac{23qa^4}{24EI_{yy}}, u_Z^2(D) = \frac{11qa^4}{24EI_{yy}}.$

NALOGA 53: Za prikazano ravninsko mrežo izračunaj reakcije, notranje sile N_z , M_x in M_y ter vertikalni pomik v točki D . Pri tem upoštevaj da je $E I_{yy} = G I_{xx}.$



Podatki: $a, P, E, I_{yy}, G, I_{xx}$

Rešitev: $A_Z = -\frac{187qa}{540}$, $M_X^A = -\frac{qa^2}{270}$, $M_Y^A = \frac{17qa^2}{90}$, $B_Z = -\frac{17qa}{108}$, $C_Z = -\frac{67qa}{135}$, $w_D = \frac{119qa^4}{3240EI_{yy}}$.