

4. vaja

Rok za oddajo vaje: 19. 11. 2012 do 19:00

4.1 Zvezni slučajni vektor

Dva prijatelja si rada izmišljujeta šale. Prvi si v povprečju izmisli λ_1 šal na teden, drugi pa λ_2 šal na teden. Definirajmo **neodvisni** slučajni spremenljivki T_1 in T_2 : čas do nastanka prve šale pri prvem in drugem prijatelju. Predpostavimo, da je čas do nastanka prve šale pri obeh mojstrih smeha porazdeljen eksponentno

$$\begin{aligned} f_{T_1}(t_1) &= \lambda_1 e^{-\lambda_1 t_1} & \dots & t_1 > 0 \\ f_{T_2}(t_2) &= \lambda_2 e^{-\lambda_2 t_2} & \dots & t_2 > 0 \end{aligned}$$

Zapišite gostoto verjetnosti slučajnega vektorja T_1, T_2 in določite verjetnost, da si prvi prijatelj prvi izmisli šalo. Določite še pogojno verjetnost, da je razlika v časih, ko si izmislita šali, manjša od treh dni, pri pogoju, da je čas T_1 večji od 2 dni, čas T_2 pa manjši od 4 dni.

Namig: Narišite najprej zalogo vrednosti slučajnega vektorja T_1, T_2 , nato označite področje integriranja za račun obeh verjetnosti in jih z integriranjem gostote verjetnosti tudi določite.

4.2 Izpeljana porazdelitev - transformacija slučajne spremenljivke

Zvezna slučajna spremenljivka X je porazdeljena z naslednjo gostoto verjetnosti:

$$f_X(x) = \begin{cases} bx^2 & \dots \quad 0 \leq x \leq 2a \\ 0 & \dots \quad \text{drugje} \end{cases}$$

Zveza med X in Y je sinusna funkcija:

$$Y = g(X) = \sin\left(\frac{\pi X}{a}\right)$$

Narišite graf zveze $Y = g(X)$. Določite zalogo vrednosti slučajne spremenljivke Y in njeno porazdelitveno funkcijo $F_Y(y)$. Nato z odvajanjem določite še $f_Y(y)$.

Namig: Zveza je nemonotona. V pomoč naj vam bo rešen primer v skripti (primer 5.5) in 2. izpitna naloga z izpitnega roka 26.10.2005.