

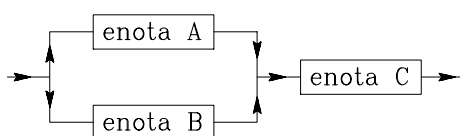
Statistika z elementi informatike

Osnove verjetnostnega računa in statistike

11.6.1999

1. Naloga: Zanesljivost sistema črpalk

Sistem črpalk je shematično prikazan na sliki. Sistem deluje, če deluje vsaj ena izmed enot A in B ter istočasno tudi enota C.



Vzemimo, da dogodki A , B in C predstavljajo delovanje enot A, B in C, dogodki \bar{A} , \bar{B} in \bar{C} pa predstavljajo njihovo nedelovanje oziroma okvaro. Zapišite dogodek X , ki predstavlja delovanje sistema, v odvisnosti od dogodkov A , B in C . Vzemimo, da so dogodki A , B in C medsebojno neodvisni. Izračunajte verjetnost, da sistem deluje, če so verjetnosti, da so posamezne enote okvarjene enake:

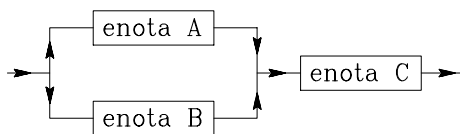
$$P[\bar{A}] = 0.10,$$

$$P[\bar{B}] = 0.10,$$

$$P[\bar{C}] = 0.02.$$

2. Naloga: srednja vrednost in varianca

Na sliki je shematično prikazan sistem cevi, kjer so enote A, B in C merilci pretoka.



Dejanske pretoke označimo z m_A , m_B in m_C , izmerjeni pretoki pa so slučajne spremenljivke X_A , X_B in X_C s srednjimi vrednostmi m_A , m_B in m_C in enakimi standardnimi deviacijami $\sigma_A = \sigma_B = \sigma_C = \sigma$. Predpostavimo, da sistem cevi na obravnavanem delu ne pušča. To pomeni, da je $m_A + m_B = m_C$. Po metodi najmanjših kvadratov lahko ugotovimo, da je najboljša ocena za pretok skozi enoto A enaka

$$\hat{m}_A = \frac{2X_A - X_B + X_C}{3}. \quad (1)$$

Pokaži, da je prikazana ocena nepristranska ($E[\hat{m}_A] = m_A$), in določi njeno varianco $\text{VAR}[\hat{m}_A]$. Dodatna (neobvezna) naloga: po metodi najmanjših kvadratov določi oceni \hat{m}_B in \hat{m}_C za pretoke skozi enoti B in C.

Statistika z elementi informatike
Osnove verjetnostnega računa in statistike

11.6.1999

3. Naloga: Območje zaupanja

Ne prav spreten košarkar je v pretekli sezoni v 150 poskusih zadel 90 prostih metov. Določite območje zaupanja za vrednost p , to je verjetnost, da košarkar v posameznem poskusu zadene prosti met. Stopnja tveganja je $\alpha = 2\%$.

4. Naloga: Linearna regresija

Pričakujemo lahko, da je količina letno uskladiščenih radioaktivnih odpadkov odvisna od količine električne energije, ki jo lahko proizvedejo jedrske centrale. Na naslednji preglednici so podatki za šest držav. Predpostavite, da je povezava med količino električne energije in letno uskladiščenih radioaktivnih odpadkov linearna, in izračunajte ocene za parametre linearne regresije B_0 in B_1 . Ugotovite tudi, ali je parameter B_1 pri stopnji tveganja 5% statistično značilno večji od nič.

Država	Proizvodnja električne energije [MW]	Uskladiščeni radioaktivni odpadki [m^3 /leto]	Uskladiščeni radioaktivni odpadki [m^3]	Obdobje skladiščenja radioaktivnih odpadkov
Finska	2400	167	1000	1992-1997
Francija	60000	20690	600000	1969-1997
Japonska	42400	1167	7000	1992-1997
Nemčija	22300	1500	30000	1978-1997
Španija	7200	1000	6000	1992-1997
Švedska	10000	2400	24000	1988-1997