

1. naloga (30%). ) Vprašanja na izpitu smo razdelili na tri skupine: osnovna, srednja in težja. Raporedili smo jih v tri škatle. V prvo smo dali listke v razmerju 5 : 3 : 2, v drugo v razmerju 3 : 4 : 3, v tretjo pa v razmerju 4 : 2 : 4. Študent najprej naključno izbere škatlo, potem pa še listek s vprašanjem.

Določite:

- i) verjetnost, da je izžrebal osnovno vprašanje (namig: popolna verjetnost);
- ii) verjetnost, da je izžrebal težje vprašanje (namig: popolna verjetnost);
- iii) verjetnost, da je izbral prvo škatlo, če vemo, da je izžrebal osnovno vprašanje (namig: Bayesov obrazec).

2. naloga (30%). Katere izmed naslednjih funkcij so lahko gostote slučajne spremenljivke? Pojasnite zakaj! Za kandidate za gostoto določite še vrednost konstante  $c$ !

i)

$$f_{1X}(x) = \begin{cases} c_1 (2x - x^2) & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{sicer} \end{cases};$$

ii)

$$f_{2X}(x) = \begin{cases} c_2 (2x - x^3) & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{sicer} \end{cases};$$

iii)

$$f_{3X}(x) = \begin{cases} c_3 \sin(x) & -\pi \leq x \leq \pi \\ 0 & \text{sicer} \end{cases};$$

iv)

$$f_{4X}(x) = \begin{cases} c_4 \sin(x) & 0 \leq x \leq \pi \\ 0 & \text{sicer} \end{cases}.$$

3. naloga (30%). Življenska doba (v letih) neke občutljive komponente stroja je slučajna spremenljivka z gostoto verjetnosti

$$f_X(x) = \begin{cases} \ln 2 \cdot 2^{-x} & x \geq 0 \\ 0 & \text{sicer} \end{cases}.$$

Določite:

- i) verjetnost, da komponenta še deluje po treh letih;
- ii) pričakovano življensko dobo komponente;
- iii) standardno deviacijo življenske dobe te komponente.

4. naloga (30%). Tedenska poraba goriva (v 1000 litrih) na neki kmetiji je slučajna spremenljivka  $Y$  z gostoto:

$$f_Y(y) = \begin{cases} 4(1-y)^3 & y \in [0, 1] \\ 0 & \text{sicer} \end{cases}$$

Določite:

- i) porazdelitveno funkcijo te slučajne spremenljivke (namig: najprej izračunajte nedoločen integral);
- ii) pričakovano vrednost in varianco slučajne spremenljivke  $Y$ ;
- iii) verjetnost, da bo tedenska poraba manjša od 500 litrov;
- iv) velikost cisterne, pri kateri bo verjetnost, da tedenska zaloga ne bo zadoščala, enaka 0.01.